

PRECISE

SAMPLE CONTENT



# गणित (भाग - २)

पाठ्यपुस्तक व बोर्डाच्या कृतिपत्रिका आराखड्यावर आधारित



#itna hi kaafi hain

इयत्ता  
दहावी  
(मराठी माध्यम)

Published by:

LAZY BONE EDUCATION

PRECISE

# गणित भाग - II

इयत्ता दहावी (मराठी माध्यम)

## ठळक वैशिष्ट्ये

- ☞ बोर्डाच्या अद्ययावत प्रश्नपत्रिका प्रारूपावर आधारित
- ☞ सर्व सरावसंच व संकीर्ण प्रश्नसंग्रहांतील प्रश्नांची सविस्तर उकल उपलब्ध
- ☞ प्रत्येक पाठात अंतर्भूत बाबी:
  - सरावासाठी अधिक उदाहरणे
  - सरावासाठी कृती
  - बहुपर्यायी प्रश्न
  - एका गुणाचे प्रश्न
- ☞ प्रश्नांची गुणांसहित मांडणी
- ☞ आकृत्यांची योग्य मापांसहित रचना
- ☞ पुस्तकाच्या शेवटी अंतर्भूत बाबी:
  - आव्हानात्मक प्रश्नांच्या अधिकाधिक सरावाकरिता स्वतंत्र पाठाचा समावेश
  - झटपट उजळणीकरिता महत्त्वाची सूत्रे हा स्वतंत्र पाठ अंतर्भूत
- ☞ समग्र अभ्यासाकरिता समाविष्ट केलेली वैशिष्ट्ये:
  - स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरणे
  - पडताळा
- ☞ जुलै २०२३ पर्यंतच्या बोर्ड परीक्षांमध्ये विचारलेल्या निवडक प्रश्नांचा उत्तरांसहित समावेश
- ☞ मार्च २०२४ ची बोर्डाची प्रश्नपत्रिका समाविष्ट (Q.R. Code द्वारा उत्तरपत्रिका उपलब्ध)

Printed at: **Jasmine Art Printers Pvt. Ltd.**, Navi Mumbai

© Lazy Bone Education

No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, C.D. ROM/Audio Video Cassettes or electronic, mechanical including photocopying; recording or by any information storage and retrieval system without permission in writing from the Publisher.

## प्रस्तावना

इयत्ता दहावीच्या गणित भाग – II या विषयाचे दिलेल्या अभ्यासक्रमातील संपूर्ण गणिती संकल्पना स्पष्ट करणारे व सुटसुटीत मांडणी असलेले पुस्तक तयार करणे हा आमच्यासाठी एक आनंददायी आणि सर्जनशील अनुभव होता. ज्ञानरचनावादी अभ्यासक्रम आणि अद्ययावत प्रश्नपत्रिका प्रारूप यांवर आधारित उत्तम असे अभ्यासपूरक साहित्य उपलब्ध करून देणे हा या पुस्तक निर्मितीमागील मुख्य उद्देश आहे.

गणित भाग – II या पुस्तकात समरूपता, पायथागोरसचे प्रमेय, वर्तुळ, भौमितिक रचना, निर्देशक भूमिती, त्रिकोणमिती, महत्त्वमापन या घटकांचा अभ्यास करावयाचा आहे. या घटकांच्या अभ्यासासाठी त्यासंबंधित संकल्पना, परिभाषा आणि सूत्रांचे सखोल आकलन होणे आवश्यक आहे. म्हणूनच, अध्ययन सोपे करण्यासाठी आणि विद्यार्थ्यांचा आत्मविश्वास उंचावण्यासाठी व्यापक दृष्टिकोनातून तयार केलेले लेझी बोन एज्युकेशनचे PRECISE गणित भाग- II: इयत्ता दहावी हे परिपूर्ण मार्गदर्शक आपल्या हाती देताना आम्हांला आनंद होत आहे.

या पुस्तकात विविध प्रश्नप्रकारांचा समावेश केला आहे; या प्रश्नप्रकारांमुळे विद्यार्थ्यांच्या गणितविषयक संकल्पना दृढ होण्यास मदत होईल. विद्यार्थ्यांचा परीक्षेच्या दृष्टीने अधिक चांगल्या प्रकारे सराव व्हावा यासाठी जुलै २०२३ पर्यंतच्या बोर्ड प्रश्नपत्रिकेतील निवडक प्रश्न या पुस्तकात समाविष्ट करण्यात आले आहेत. प्रश्नपत्रिकेच्या आराखड्यानुसार विविध प्रश्नांसाठी निश्चित केलेले गुण त्या प्रश्नांसमोर दिलेले आहेत. तथापि, हे गुण सूचक असून महाराष्ट्र राज्य मंडळाच्या निर्णयानुसार बदलू शकतात. परीक्षेत कशा प्रकारे प्रश्न विचारले जातात ते लक्षात यावे यासाठी मार्च २०२४ या बोर्ड प्रश्नपत्रिकेचा या पुस्तकात समावेश करण्यात आला आहे.

या पुस्तकाचे अंतरंग उलगडणारी काही ठळक वैशिष्ट्ये पुढील पानावर देण्यात आली आहेत. ही वैशिष्ट्ये पुस्तकातील वैविध्यपूर्ण घटकांशी विद्यार्थ्यांचा परिचय घडवून आणतील. या वैशिष्ट्यांमुळे पुस्तकाचा आराखडा समजून घेण्यास विद्यार्थ्यांना मदत होईल. परिणामी, अध्ययनास योग्य दिशा मिळून पुस्तकाचा अधिकाधिक फायदा करून घेणे विद्यार्थ्यांना सहज शक्य होईल.

हे पुस्तक परिपूर्ण करण्यासाठी आम्ही सर्वतोपरी प्रयत्न केले आहेत, तरी पुस्तक अधिकाधिक उत्कृष्ट व्हावे, यासाठी आपल्या सूचना स्वागतार्ह आहेत. याकरिता आपला अभिप्राय [support@lazybone.in](mailto:support@lazybone.in) या ई-मेल पत्त्यावर पाठवावा ही नम्र विनंती.

**अभिनव अभ्यासासाठी विद्यार्थ्यांना खूप शुभेच्छा !**

प्रकाशक

आवृत्ती: चौथी

### Disclaimer

This reference book is transformative work based on 'गणित भाग - II' published by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. We the publishers are making this reference book which constitutes as fair use of textual contents which are transformed by adding and elaborating, with a view to simplify the same to enable the students to understand, memorize and reproduce the same in examinations.

This work is purely inspired upon the course work as prescribed by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. Every care has been taken in the publication of this reference book by the Authors while creating the contents. The Authors and the Publishers shall not be responsible for any loss or damages caused to any person on account of errors or omissions which might have crept in or disagreement of any third party on the point of view expressed in the reference book.

© reserved with the Publisher for all the contents created by our Authors.

No copyright is claimed in the textual contents which are presented as part of fair dealing with a view to provide best supplementary study material for the benefit of students.



## अद्वय्यावत प्रश्नपत्रिका आराखडा

विद्यार्थ्यांना परीक्षेचे स्वरूप समजण्याकरता अद्वय्यावत प्रश्नपत्रिकेचा आराखडा देण्यात आला आहे.

## स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरण

स्पष्टीकरणासहित सोडवलेली उदाहरणे प्रश्न सोडवण्याकरिता आवश्यक सखोल दृष्टिकोन मिळवून देतात.

## पडताळा

आपले उत्तर तपासण्याकरता 'पडताळा' हे एक उत्तम तंत्र आहे. प्रश्नाच्या उत्तराची अचूकता पडताळण्याकरिता हा आमचा एक लहानसा प्रयत्न आहे. 'पडताळा' ✓ या चिन्हाने दर्शवण्यात आला आहे.

## एका गुणाचे प्रश्न

**प्रकार A:** लहान उकली किंवा गणिती संकल्पनांचे थेट उपयोजन असलेल्या बहुपर्यायी प्रश्नांचा समावेश यात करण्यात आला आहे.

**प्रकार B:** यामध्ये गणिती संकल्पनांच्या थेट उपयोजनासह संक्षिप्त उकली असणाऱ्या प्रश्नांचा समावेश करण्यात आला आहे.

## आव्हानात्मक प्रश्न

बोर्डाच्या परीक्षेतील आव्हानात्मक प्रश्नांच्या गुणांमधील वाढ लक्षात घेता त्यांचा अधिकाधिक सराव गरजेचा आहे. त्यासाठी 'आव्हानात्मक प्रश्नांचा' एक स्वतंत्र विभाग देण्यात आला आहे.

## सरावासाठी कृती

नवीन प्रश्नपत्रिका आराखड्यावर आधारित विविध कृतींच्या सरावाकरिता या विभागाचा समावेश केला आहे

## महत्त्वाची प्रमेये व सूत्रे

सर्व पाठांमध्ये आलेली प्रमेये आणि सूत्रे एकत्रितपणे 'महत्त्वाची प्रमेये व सूत्रे' या शीर्षकांतर्गत पुस्तकाच्या शेवटी देण्यात आली आहेत. याद्वारे विद्यार्थ्यांना प्रश्न सोडवण्याकरिता एक सुलभ साधन उपलब्ध होऊन परीक्षा तोंडावर असताना झटपट उजळणी करणे सहज शक्य होईल.

## सरावासाठी अधिक उदाहरणे

'सरावासाठी अधिक उदाहरणे' या विभागात सरावाकरिता विद्यार्थ्यांना भरपूर प्रमाणात प्रश्न उपलब्ध करून दिले आहेत. पाठ्यपुस्तकातील सोडवून दिलेली उदाहरणे '+' या चिन्हाने दर्शवली आहेत.

## ठळक वैशिष्ट्ये

## प्रश्नपत्रिका

बोर्डाच्या प्रश्नपत्रिकेचे स्वरूप लक्षात यावे याकरिता मार्च २०२४ ची बोर्डाची प्रश्नपत्रिका यात समाविष्ट करण्यात आली आहे.

## बोर्डाचे प्रश्न

बोर्डाच्या परीक्षांमध्ये कशा प्रकारचे प्रश्न विचारले जातात हे समजण्याकरिता जुलै २०२३ पर्यंतच्या बोर्डाच्या परीक्षांमध्ये विचारण्यात आलेल्या निवडक प्रश्नांचा अंतर्भाव करण्यात आला आहे.

## Q. R. Code

मार्च २०२४ च्या बोर्डाच्या प्रश्नपत्रिकेची उत्तरे Q. R. Code च्या माध्यमातून देण्यात आली आहेत.

# मूल्यमापन योजना

2019 - 2020 व त्या पुढील परीक्षांसाठी

गणित - भाग I	40 गुण	लेखी परीक्षा	वेळ: 2 तास
गणित - भाग II	40 गुण	लेखी परीक्षा	वेळ: 2 तास
अंतर्गत मूल्यमापन	20 गुण		
एकूण	<b>100 गुण</b>		

अंतर्गत मूल्यमापन योजना खालीलप्रमाणे राहिल:

- 2 गृहपाठ कृती [एक गणित भाग – I वर आधारित व एक गणित भाग – II वर आधारित (प्रत्येकी 5 गुण) – 10 गुण]
- प्रात्यक्षिक परीक्षा/ बहुपर्यायी प्रश्न (गणित भाग - I साठी 10 गुणांची आणि गणित भाग - II साठी 10 गुणांची) घेऊन त्या परीक्षांतील 20 गुणांचे रूपांतर 10 गुणांत करावे.

## प्रश्नपत्रिकेचा आराखडा

प्रश्न क्रमांक	प्रश्नांचे स्वरूप	गुण	विकल्पांसह गुण
1.	(A) 4 पैकी 4 बहुपर्यायी प्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 1 गुणाचे प्रश्न)	04	04
	(B) 4 पैकी 4 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 1 गुणाचे प्रश्न)	04	04
2.	(A) उपप्रश्नांवर आधारित 3 पैकी 2 कृती करा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	04	06
	(B) 5 पैकी कोणतेही 4 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	08	10
3.	(A) उपप्रश्नांवर आधारित 2 पैकी 1 कृती करा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	03	06
	(B) 4 पैकी कोणतेही 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	06	12
4.	3 पैकी कोणतेही 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 4 गुणांचे प्रश्न) [पाठ्यपुस्तकाबाहेरील प्रश्न]	08	12
5.	2 पैकी कोणताही 1 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	03	06
	<b>एकूण गुण</b>	<b>40</b>	<b>60</b>

प्रश्नपत्रिकेतील गुणांची प्रश्नांच्या काठिण्यपातळीनुसार व उद्दिष्टानुसार गुणविभागणी खालीलप्रमाणे राहिल.

प्रश्नांची काठिण्यपातळीनुसार गुणविभागणी	
सोपे प्रश्न	40%
मध्यम प्रश्न	40%
कठीण प्रश्न	20%

उद्दिष्टे	गणित भाग – II
ज्ञान	20%
आकलन	30%
उपयोजन	40%
कौशल्य	10%

[महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शिक्षण मंडळ, पुणे - ०४]

## प्रकरणनिहाय गुणविभागणी

अनु. क्र	प्रकरण	विकल्पांसहित गुण
1	समरूपता	10
2	पायथागोरसचे प्रमेय	07
3	वर्तुळ	12
4	भौमितिक रचना	07
5	निर्देशक भूमिती	07
6	त्रिकोणमिती	07
7	महत्त्वमापन	10
	एकूण	60

टीप: वरील सारणीत दिलेल्या प्रकरणनिहाय गुणविभागणीमध्ये जास्तीत जास्त 2 गुणांचा बदल करण्याचे स्वातंत्र्य राहिल.

## अनुक्रमणिका

क्रमांक	प्रकरण	पृष्ठ क्र.
1	समरूपता	1
2	पायथागोरसचे प्रमेय	28
3	वर्तुळ	51
4	भौमितिक रचना	102
5	निर्देशक भूमिती	130
6	त्रिकोणमिती	163
7	महत्त्वमापन	182
•	आव्हानात्मक प्रश्न	209
•	महत्त्वाची प्रमेये व सूत्रे	229
•	उत्तरे	239
	बोर्ड प्रश्नपत्रिका : मार्च २०२४ (Q. R. Code द्वारा उत्तरपत्रिका उपलब्ध.)	246

- टीप: • पाठ्यपुस्तकातील सोडवलेली उदाहरणे “+” या चिन्हाने दर्शवली आहेत.
- पडताळा ✓ या चिन्हाने दर्शवला आहे.
- पाठातील प्रश्न आणि कृती/उपक्रम “#” या चिन्हाने दर्शवले आहेत.
- विद्यार्थ्यांच्या आकलनासाठी भौमितिक रचनेच्या पायऱ्या पाठात देण्यात आल्या आहेत.

बोर्डाच्या परीक्षेला आत्मविश्वासाने सामोरे जाण्यासाठी नमुना प्रश्नपत्रिका सोडवणे हा एक उत्तम मार्ग आहे. शेजारील Q. R. Code स्कॅन करून आमच्या “SSC 54 प्रश्नपत्रिका व कृतिपत्रिका उत्तरपत्रिकांसहित” याविषयी जाणून घ्या.



शेवटच्या क्षणी संपूर्ण पुस्तकाचा अभ्यास करणे अवघड वाटते का?

आमच्या “**Important Question Bank (IQB)**” या पुस्तकातून महत्त्वाच्या प्रश्नांची झटपट उजळणी करा. अधिक माहितीकरिता पुढील Q. R. Code स्कॅन करा.



[टीप: पाठातील प्रश्न आणि कृती/उपक्रम “#” या चिन्हाने दर्शविले आहेत.]



चला, शिकूया.

- दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर
- प्रमाणाच्या मूलभूत प्रमेयाचा व्यत्यास
- तीन समांतर रेषा व छेदिका यांच्यामुळे झालेल्या आंतरछेदांचे गुणोत्तर

- त्रिकोणाच्या समरूपतेच्या कसोट्या
- प्रमाणाचे मूलभूत प्रमेय
- त्रिकोणाच्या कोन दुभाजकाचा गुणधर्म
- समरूप त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणधर्म



जाणून घेऊया

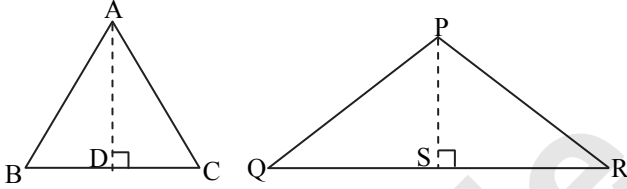
दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर

(Ratio of areas of two triangles)

दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर हे त्यांच्या पाया व संगत उंची यांच्या गुणाकारांच्या गुणोत्तराएवढे असते.

पक्ष:  $\triangle ABC$  मध्ये,  $AD$  ही उंची व  $BC$  हा पाया आहे.

$\triangle PQR$  मध्ये,  $PS$  ही उंची व  $QR$  हा पाया आहे.



साध्य:  $\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle PQR)} = \frac{BC \times AD}{QR \times PS}$

सिद्धता:

आपल्याला माहित आहे, की

$$\text{त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ} = \frac{1}{2} \times \text{पाया} \times \text{उंची}$$

$$\therefore A(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \times BC \times AD \quad \dots(i)$$

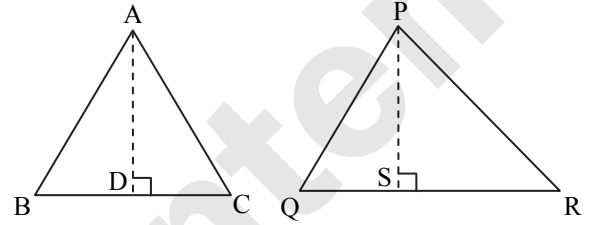
$$A(\triangle PQR) = \frac{1}{2} \times QR \times PS \quad \dots(ii)$$

$$\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AD}{\frac{1}{2} \times QR \times PS} \quad [(i) \text{ ला } (ii) \text{ ने भागून}]$$

$$\therefore \frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle PQR)} = \frac{BC \times AD}{QR \times PS}$$

अट 1: दोन्ही त्रिकोणांची उंची समान असेल, तर-

गुणधर्म: समान उंची असलेल्या त्रिकोणांची क्षेत्रफळे त्यांच्या संगत पायांच्या प्रमाणात असतात.



$\triangle ABC$  व  $\triangle PQR$  मध्ये,

$$\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle PQR)} = \frac{BC \times AD}{QR \times PS}$$

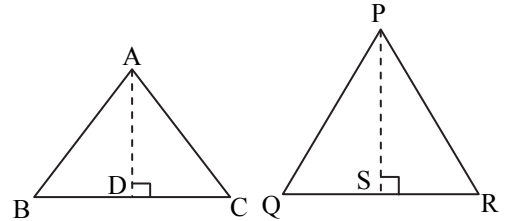
....(i)  $\left[ \begin{array}{l} \text{दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर} \\ \text{हे त्यांच्या पाया व संगत उंची यांच्या} \\ \text{गुणाकारांच्या गुणोत्तराएवढे असते.} \end{array} \right]$

$$AD = PS \quad (ii) \text{ [पक्ष]}$$

$$\therefore \frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle PQR)} = \frac{BC}{QR} \quad [(i) \text{ आणि } (ii) \text{ वरून}]$$

अट 2: दोन्ही त्रिकोणांचा पाया समान असेल, तर-

गुणधर्म: समान लांबीच्या पायांच्या दोन त्रिकोणांची क्षेत्रफळे त्यांच्या संगत उंचीच्या प्रमाणात असतात.



$\triangle ABC$  व  $\triangle PQR$  मध्ये,

$$\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle PQR)} = \frac{BC \times AD}{QR \times PS}$$

....(i)  $\left[ \begin{array}{l} \text{दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर} \\ \text{हे त्यांच्या पाया व संगत उंची यांच्या} \\ \text{गुणाकारांच्या गुणोत्तराएवढे असते.} \end{array} \right]$

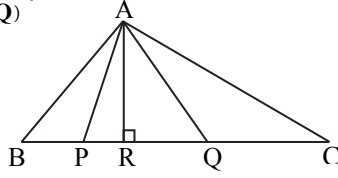
$$BC = QR \quad \dots(ii)$$

$$\therefore \frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle PQR)} = \frac{AD}{PS} \quad [(i) \text{ आणि } (ii) \text{ वरून}]$$



# कृती: खालील रिकाम्या चौकटी योग्य प्रकारे भरा. सकारण लिहा. (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 3)

i. शोधा:  $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta APQ)}$ .



उकल:

$\Delta ABC$  मध्ये BC हा पाया व AR ही उंची आहे.

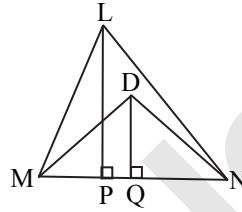
$\Delta APQ$  मध्ये PQ हा पाया व AR ही उंची आहे.

$$\therefore \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta APQ)} = \frac{BC \times AR}{PQ \times AR}$$

दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर हे त्यांच्या पाया व संगत उंची यांच्या गुणाकारांच्या गुणोत्तराएवढे असते.

$$\therefore \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta APQ)} = \frac{BC}{PQ}$$

ii. शोधा:  $\frac{A(\Delta LMN)}{A(\Delta DMN)}$ .



उकल:

$\Delta LMN$  मध्ये MN हा पाया व LP ही उंची आहे.

$\Delta DMN$  मध्ये MN हा पाया व DQ ही उंची आहे.

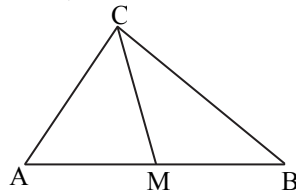
$$\therefore \frac{A(\Delta LMN)}{A(\Delta DMN)} = \frac{MN \times LP}{MN \times DQ}$$

दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर हे त्यांच्या पाया व संगत उंची यांच्या गुणाकारांच्या गुणोत्तराएवढे असते.

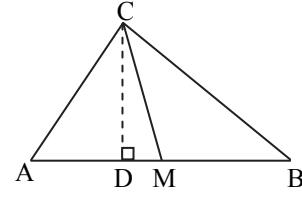
$$\therefore \frac{A(\Delta LMN)}{A(\Delta DMN)} = \frac{LP}{DQ}$$

iii. सोबतच्या आकृतीमध्ये, बिंदू M हा बाजू AB चा मध्यबिंदू आहे व रेख CM ही  $\Delta ABC$  ची मध्यगा आहे.

शोधा:  $\frac{A(\Delta AMC)}{A(\Delta BMC)}$ .



उकल:



$CD \perp AB$  काढा, A-D-B

रेख CM ही  $\Delta ABC$  ची मध्यगा आहे. ... [पक्ष]

$$\therefore AM = BM \quad \dots (i)$$

$\Delta AMC$  व  $\Delta BMC$  यांचा C हा सामाईक शिरोबिंदू आहे.

$\therefore$  त्याची उंची समान आहे.

$$\therefore \frac{A(\Delta AMC)}{A(\Delta BMC)} = \frac{AM}{BM} \quad \dots [\text{समान उंचीचे त्रिकोण}]$$

$$= \frac{AM}{AM} \quad \dots [(i) \text{ वरून}]$$

$$\therefore \frac{A(\Delta AMC)}{A(\Delta BMC)} = 1$$

### सरावसंच 1.1

1. एका त्रिकोणाचा पाया 9 आणि उंची 5 आहे. दुसऱ्या त्रिकोणाचा पाया 10 आणि उंची 6 आहे, तर त्या त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर काढा. [2 गुण]

उकल:

समजा, पहिल्या त्रिकोणाचे पाया, उंची व क्षेत्रफळ अनुक्रमे

$b_1, h_1$  आणि  $A_1$  आहेत.

दुसऱ्या त्रिकोणाचे पाया, उंची व क्षेत्रफळ अनुक्रमे  $b_2, h_2$

आणि  $A_2$  आहेत.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{b_1 \times h_1}{b_2 \times h_2}$$

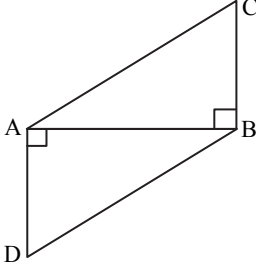
दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर हे त्यांच्या पाया व संगत उंची यांच्या गुणाकारांच्या गुणोत्तराएवढे असते.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{9 \times 5}{10 \times 6} = \frac{45}{60}$$

$$\therefore \frac{A_1}{A_2} = \frac{3}{4}$$

$\therefore$  त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर 3:4 आहे.

2. सोबत दिलेल्या आकृतीमध्ये,  $BC \perp AB$ ,  $AD \perp AB$ ,  
 $BC = 4$ ,  $AD = 8$ , तर  $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta ADB)}$  काढा.



[जुलै 2022] [1 गुण]

उकल:

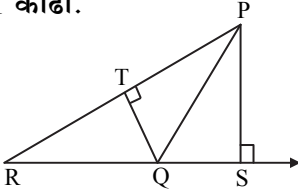
$\Delta ABC$  आणि  $\Delta ADB$  मध्ये  $AB$  हा सामाईक पाया आहे.

$$\therefore \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta ADB)} = \frac{BC}{AD} \quad \dots \text{[समान पाया असलेले त्रिकोण]}$$

$$= \frac{4}{8}$$

$$\therefore \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta ADB)} = \frac{1}{2}$$

3. शेजारील आकृतीमध्ये, रेख  $PS \perp$  रेख  $RQ$ , रेख  $QT \perp$  रेख  $PR$ . जर  $RQ = 6$ ,  $PS = 6$ ,  $PR = 12$ , तर  $QT$  काढा.



[2 गुण]

उकल:

$\Delta PQR$  मध्ये,  $PR$  हा पाया असून  $QT$  ही संगत उंची आहे.

तसेच,  $RQ$  हा पाया असून  $PS$  ही संगत उंची आहे.

$$\frac{A(\Delta PQR)}{A(\Delta PQR)} = \frac{PR \times QT}{RQ \times PS}$$

दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर  
 हे त्यांच्या पाया व संगत उंची यांच्या  
 गुणाकारांच्या गुणोत्तराएवढे असते.

$$\therefore \frac{1}{1} = \frac{PR \times QT}{RQ \times PS}$$

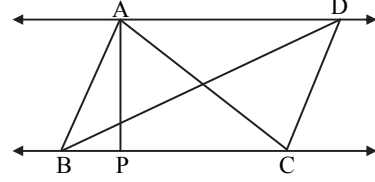
$$\therefore PR \times QT = RQ \times PS$$

$$\therefore 12 \times QT = 6 \times 6$$

$$\therefore QT = \frac{36}{12}$$

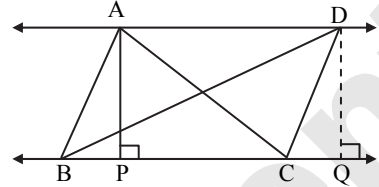
$$\therefore QT = 3 \text{ एकक}$$

4. शेजारील आकृतीत,  $AP \perp BC$ ,  $AD \parallel BC$ , तर  $A(\Delta ABC) : A(\Delta BCD)$  काढा.



[2 गुण]

उकल:



$DQ \perp BC$  काढा.  $B-C-Q$

$AD \parallel BC$  ...[पक्ष]

$$\therefore AP = DQ$$

$\Delta ABC$  आणि  $\Delta BCD$  चा  $BC$  हा सामाईक पाया आहे.

... (i) [दोन समांतर रेषेतील लंबउंची समान असते.]

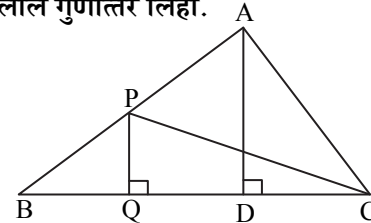
$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta BCD)} = \frac{AP}{DQ} \quad \dots \text{[समान पाया असलेले त्रिकोण]}$$

$$= \frac{AP}{AP} \quad \text{[(i) वरून]}$$

$$= 1$$

$$\therefore A(\Delta ABC) : A(\Delta BCD) = 1 : 1$$

5. शेजारील आकृतीत  $PQ \perp BC$ ,  $AD \perp BC$ , तर खालील गुणोत्तरे लिहा.



- i.  $\frac{A(\Delta PQB)}{A(\Delta PBC)}$       ii.  $\frac{A(\Delta PBC)}{A(\Delta ABC)}$   
 iii.  $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta ADC)}$       iv.  $\frac{A(\Delta ADC)}{A(\Delta PQC)}$

[2 गुण]

उकल:

- i.  $\Delta PQB$  आणि  $\Delta PBC$  ची  $PQ$  ही सामाईक उंची आहे.

$$\frac{A(\Delta PQB)}{A(\Delta PBC)} = \frac{BQ}{BC} \quad \dots \text{[समान उंचीचे त्रिकोण]}$$

- ii.  $\Delta PBC$  आणि  $\Delta ABC$  चा  $BC$  हा सामाईक पाया आहे.

$$\frac{A(\Delta PBC)}{A(\Delta ABC)} = \frac{PQ}{AD} \quad \dots \text{[समान पाया असलेले त्रिकोण]}$$



- iii.  $\triangle ABC$  आणि  $\triangle ADC$  ची  $AD$  ही सामाईक उंची आहे.  

$$\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle ADC)} = \frac{BC}{DC} \quad \dots \left[ \text{समान उंचीचे त्रिकोण} \right]$$
- iv. 
$$\frac{A(\triangle ADC)}{A(\triangle PQC)} = \frac{DC \times AD}{QC \times PQ}$$

दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर हे त्यांच्या पाया व संगत उंची यांच्या गुणाकारांच्या गुणोत्तराएवढे असते.

### जाणून घेऊया

#### प्रमाणाचे मूलभूत प्रमेय

#### (Basic Proportionality Theorem)

**प्रमेय:** जर त्रिकोणाच्या एका बाजूला समांतर असणारी रेषा त्याच्या उरलेल्या बाजूंना भिन्न बिंदूत छेदत असेल, तर ती रेषा त्या दोन बाजूंना एकाच प्रमाणात विभागते.

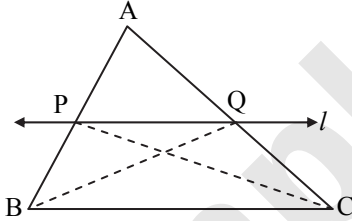
[मार्च 2014; जुलै 2016]

**पक्ष:**  $\triangle ABC$  मध्ये, रेषा  $l \parallel$  बाजू  $BC$ .

रेषा  $l$  ही बाजू  $AB$  आणि बाजू  $AC$  ला अनुक्रमे बिंदू  $P$  आणि बिंदू  $Q$  मध्ये छेदते.

**साध्य:**  $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

**रचना:** रेख  $BQ$  आणि रेख  $CP$  काढा.



**सिद्धता:**

$\triangle APQ$  आणि  $\triangle BPQ$  मध्ये  $Q$  हा सामाईक शिरोबिंदू आहे आणि पाया  $AP$  व  $BP$  हे  $AB$  या सामाईक रेषेवर आहेत. त्यामुळे,  $\triangle APQ$  आणि  $\triangle BPQ$  हे समान उंचीचे त्रिकोण आहेत.

$$\therefore \frac{A(\triangle APQ)}{A(\triangle BPQ)} = \frac{AP}{PB} \quad \dots (i) \left[ \text{समान उंचीचे त्रिकोण} \right]$$

तसेच,  $\triangle APQ$  आणि  $\triangle CPQ$  मध्ये  $P$  हा सामाईक शिरोबिंदू आहे आणि पाया  $AQ$  व  $QC$  हे  $AC$  या सामाईक रेषेवर आहेत. त्यामुळे, हे समान उंचीचे त्रिकोण आहेत.

$$\therefore \frac{A(\triangle APQ)}{A(\triangle CPQ)} = \frac{AQ}{QC} \quad \dots (ii) \left[ \text{समान उंचीचे त्रिकोण} \right]$$

$\triangle BPQ$  व  $\triangle CPQ$  ह्यांचा  $PQ$  हा सामाईक पाया आहे.  $\triangle BPQ$  आणि  $\triangle CPQ$  हे  $PQ$  व  $BC$  ह्या दोन समांतर रेषेत बद्ध आहेत.

$\therefore \triangle BPQ$  व  $\triangle CPQ$  ची उंची समान आहे.

$$\therefore A(\triangle BPQ) = A(\triangle CPQ)$$

$$\dots (iii) \left[ \text{समान उंची व समान पाया असलेल्या त्रिकोणांची क्षेत्रफळे समान असतात.} \right]$$

$$\therefore \frac{A(\triangle APQ)}{A(\triangle BPQ)} = \frac{A(\triangle APQ)}{A(\triangle CPQ)}$$

$\dots (iv) [(i), (ii) \text{ आणि } (iii) \text{ वरून}]$

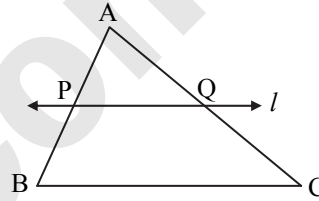
$$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

#### प्रमाणाच्या मूलभूत प्रमेयाचा व्यत्यास

#### (Converse of B.P.T.)

**प्रमेय:** एखादी रेषा जर त्रिकोणाच्या दोन भुजांना भिन्न बिंदूत छेदून एकाच प्रमाणात विभागत असेल, तर ती रेषा उरलेल्या बाजूला समांतर असते.

सोबत दिलेल्या आकृतीत, रेषा  $l$  ही  $\triangle ABC$  च्या बाजू  $AB$  आणि बाजू  $AC$  ला अनुक्रमे  $P$  आणि  $Q$  बिंदूत छेदते,



जर  $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ , तर रेषा  $l \parallel$  बाजू  $BC$

# कृती:

i.  $\triangle ABC$  काढा.

ii.  $\angle B$  दुभागा.  $AC$  आणि कोन दुभाजकाच्या छेदनबिंदूस  $D$  असे नाव द्या.

iii. बाजू मोजून लिहा.

$$AB = \square \text{ सेमी, } BC = \square \text{ सेमी,}$$

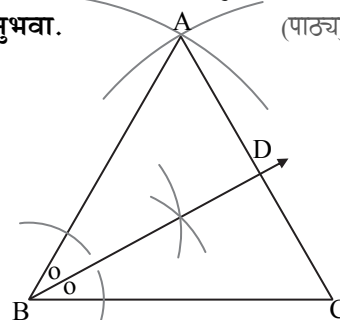
$$AD = \square \text{ सेमी, } DC = \square \text{ सेमी}$$

iv.  $\frac{AB}{BC}$  व  $\frac{AD}{DC}$  ही गुणोत्तरे काढा.

v. दोन्ही गुणोत्तरे जवळ जवळ सारखी आहेत, हे अनुभवा.

vi. याच त्रिकोणाचे इतर कोन दुभागा व वरीलप्रमाणे गुणोत्तरे काढा. ती गुणोत्तरेही समान येतात हे अनुभवा. (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 8)

उकल:



$$AB = 4 \text{ सेमी, } BC = 4 \text{ सेमी}$$

$$AD = 2 \text{ सेमी, } DC = 2 \text{ सेमी}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{4}{4} = 1 \quad \dots(i)$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{2}{2} = 1 \quad \dots(ii)$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC} \quad \dots[(i) \text{ आणि } (ii) \text{ वरून}]$$

[टीप: विद्यार्थ्यांनी उर्वरित कोन दुभागून त्यांच्या गुणोत्तरांची समानता पडताळून पाहावी.]

### जाणून घेऊया

त्रिकोणाच्या कोनदुभाजकाचे प्रमेय

(Theorem of an angle bisector of a triangle)

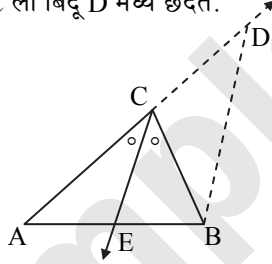
प्रमेय: त्रिकोणाच्या कोनाचा दुभाजक त्या कोनासमोरील बाजूला उरलेल्या बाजूच्या लांबीच्या गुणोत्तरात विभागतो.

[मार्च 2015]

पक्ष:  $\triangle ABC$  मध्ये,  $\angle C$  चा दुभाजक रेष  $AB$  ला बिंदू  $E$  मध्ये छेदतो.

$$\text{साध्य: } \frac{AE}{EB} = \frac{CA}{CB}$$

रचना: किरण  $CE$  ला  $B$  बिंदूत समांतर रेष काढा. ती वाढवलेल्या रेष  $AC$  ला बिंदू  $D$  मध्ये छेदते.



सिद्धता:

$\triangle ADB$  मध्ये,

रेख  $CE \parallel$  बाजू  $BD$   $\dots$ [रचना]

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{CA}{CD} \quad \dots(i) \text{ [प्रमाणाचे मूलभूत प्रमेय]}$$

किरण  $CE \parallel$  बाजू  $BD$  व रेष  $AD$  ही छेदिका आहे.

$$\therefore \angle ACE \cong \angle CDB \quad \dots(ii) \text{ [संगत कोन]}$$

किरण  $CE \parallel$  बाजू  $BD$  व रेष  $BC$  ही छेदिका आहे.

$$\therefore \angle BCE \cong \angle CBD \quad \dots(iii) \text{ [व्युत्क्रम कोन]}$$

परंतु,  $\angle ACE \cong \angle BCE$

$$\dots(iv) \text{ [किरण } CE \text{ हा } \angle ACB \text{ चा दुभाजक]}$$

$\triangle CDB$  मध्ये,

$$\angle CBD \cong \angle CDB \quad \dots[(ii), (iii) \text{ व } (iv) \text{ वरून}]$$

$$\therefore CD = CB \quad \dots(v) \text{ [एकरूप कोनांच्या समोरील बाजू]}$$

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{CA}{CB} \quad \dots[(i) \text{ आणि } (v) \text{ वरून}]$$

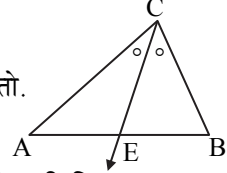
त्रिकोणाच्या कोनदुभाजकाच्या प्रमेयाचा व्यत्यास

(Converse of angle bisector of triangle):

जर  $\triangle ABC$  मध्ये, बाजू  $AB$  वर  $E$  बिंदू असा असेल,

$$\text{की } \frac{AC}{BC} = \frac{AE}{BE} \text{ तर,}$$

किरण  $CE$  हा  $\angle ACB$  ला दुभागतो.



# अधिक माहितीसाठी प्रमेयाची सिद्धता दुसऱ्या प्रकारे लिहा. (त्रिकोणाच्या कोनदुभाजकाचे प्रमेय) खालील गुणधर्मांच्या साहाय्याने सिद्धता लिहा.

- समान उंचीच्या त्रिकोणांची क्षेत्रफळे त्यांच्या संगत पायांच्या प्रमाणात असतात.
- कोनदुभाजकावरील प्रत्येक बिंदू हा कोनाच्या भुजांपासून समदूर असतो.

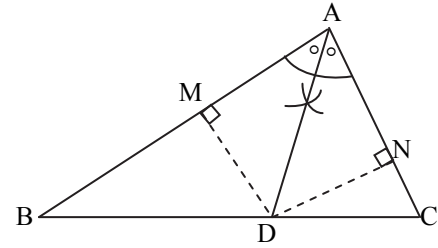
(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 9)

पक्ष:  $\triangle CAB$  मध्ये, किरण  $AD$  हा  $\angle A$  चा दुभाजक आहे.

$$\text{साध्य: } \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

रचना: रेष  $DM \perp$  रेष  $AB$ ,  $A-M-B$

व रेष  $DN \perp$  रेष  $AC$ ,  $A-N-C$  काढा.



सिद्धता:

$\triangle ABC$  मध्ये,

बिंदू  $D$  हा  $\angle A$  च्या दुभाजकावरील बिंदू आहे.  $\dots$  [पक्ष]

$$\therefore DM = DN \quad \dots(i) \text{ [कोनदुभाजकावरील प्रत्येक बिंदू कोनाच्या भुजांपासून समदूर असतो.]}$$

$$\frac{A(\triangle ABD)}{A(\triangle ACD)} = \frac{AB \times DM}{AC \times DN}$$

[दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर हे त्यांच्या पाया व संगत उंची यांच्या गुणाकारांच्या गुणोत्तराएवढे असते.]

$$\therefore \frac{A(\triangle ABD)}{A(\triangle ACD)} = \frac{AB}{AC} \quad \dots(ii) [(i) \text{ वरून}]$$

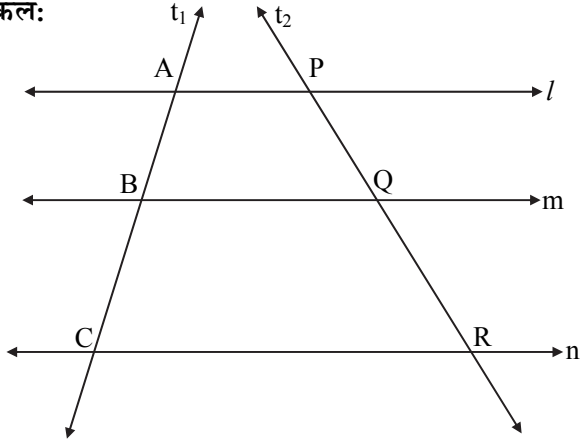
तसेच,  $\triangle ABD$  व  $\triangle ACD$  ची उंची समान आहे.

$$\therefore \frac{A(\triangle ABD)}{A(\triangle ACD)} = \frac{BD}{CD} \quad \dots(iii) \text{ [समान उंचीचे त्रिकोण]}$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \quad \dots[(ii) \text{ आणि } (iii) \text{ वरून}]$$

- # कृती:
- तीन समांतर रेखा काढा.
  - त्यांना  $l, m, n$  अशी नावे द्या.
  - $t_1$  व  $t_2$  या दोन छेदिका काढा.
  - $t_1$  या छेदिकेवरील आंतरछेद  $AB$  व  $BC$  आहेत.
  - $t_2$  या छेदिकेवरील आंतरछेद  $PQ$  व  $QR$  आहेत.
  - $\frac{AB}{BC}$  व  $\frac{PQ}{QR}$  ही गुणोत्तरे काढा. ती जवळपास सारखी आहेत हे अनुभवा. ते समान आहेत हे सिद्ध करा. (पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 10)

उकल:



येथे,  $AB = 1.5$  सेमी,  $BC = 2.1$  सेमी,  
 $PQ = 1.7$  सेमी,  $QR = 2.3$  सेमी

$$\frac{AB}{BC} = \frac{1.5}{2.1} = 0.714 \approx 0.7$$

$$\frac{PQ}{QR} = \frac{1.7}{2.3} = 0.739 \approx 0.7$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$$

[टीप: विद्यार्थ्यांनी दिलेल्या आकृतीसारख्या इतर आकृत्या काढून गुणधर्म पडताळावेत.]

### जाणून घेऊया

तीन समांतर रेखा व त्यांच्या छेदिका यांचा गुणधर्म (Property of three parallel lines and their transversal)

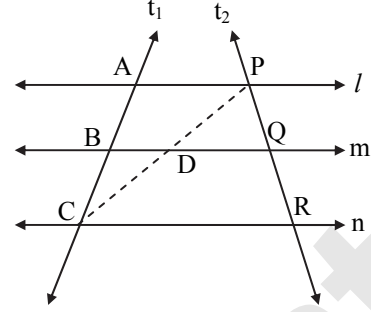
प्रमेय: तीन समांतर रेषांनी एका छेदिकेवर केलेल्या आंतरछेदांचे गुणोत्तर हे त्या रेषांनी दुसऱ्या कोणत्याही छेदिकेवर केलेल्या आंतरछेदांच्या गुणोत्तराएवढे असते. [नोव्हेंबर 2020] [3 गुण]

पक्ष: रेषा  $l \parallel$  रेषा  $m \parallel$  रेषा  $n$

$t_1$  आणि  $t_2$  या छेदिका समांतर रेषांना अनुक्रमे बिंदू  $A, B, C$  आणि  $P, Q, R$  मध्ये छेदतात.

$$\text{साध्य: } \frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$$

रचना: रेष  $PC$  काढा. तो रेषा  $m$  ला  $D$  बिंदूमध्ये छेदतो.



सिद्धता:

$\Delta ACP$  मध्ये, रेष  $BD \parallel$  रेष  $AP$  ...[पक्ष]

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{PD}{DC} \quad \dots (i) \text{ [प्रमाणाचे मूलभूत प्रमेय]}$$

$\Delta RPC$  मध्ये, रेष  $DQ \parallel$  रेष  $CR$  ...[पक्ष]

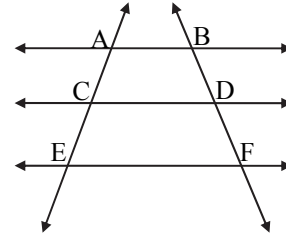
$$\therefore \frac{PQ}{QR} = \frac{PD}{DC} \quad \dots (ii) \text{ [प्रमाणाचे मूलभूत प्रमेय]}$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR} \quad \dots \text{ [(i) आणि (ii) वरून]}$$

# कृती: सोबतच्या आकृतीमध्ये,  $AB \parallel CD \parallel EF$ .

जर  $AC = 5.4$ ,  $CE = 9$ ,  $BD = 7.5$ , तर चौकटी योग्य प्रकारे भरून  $DF$  काढा.

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 12)



उकल:

$$AB \parallel CD \parallel EF \quad \dots \text{[पक्ष]}$$

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$$

... [तीन समांतर रेखा व त्यांच्या छेदिका यांचा गुणधर्म]

$$\therefore \frac{5.4}{9} = \frac{7.5}{DF}$$

$$\therefore DF = \frac{7.5 \times 9}{5.4}$$

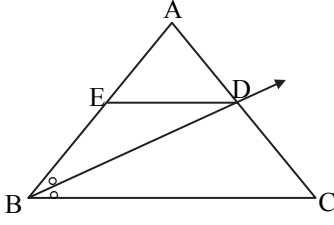
$$\therefore DF = \boxed{12.5 \text{ एकक}}$$

# कृती:  $\Delta ABC$  मध्ये किरण  $BD$  हा  $\angle ABC$  चा दुभाजक आहे.  $A-D-C$ , रेष  $DE \parallel$  बाजू  $BC$ ,

$A-E-B$ , तर सिद्ध करा, की  $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EB}$

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 13)





सिद्धता:

$\triangle ABC$  मध्ये किरण  $BD$  हा  $\angle B$  चा दुभाजक आहे.

...[पक्ष]

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC} \quad \dots(i) \text{ [कोनदुभाजकाचे प्रमेय]}$$

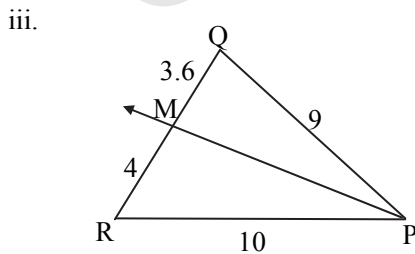
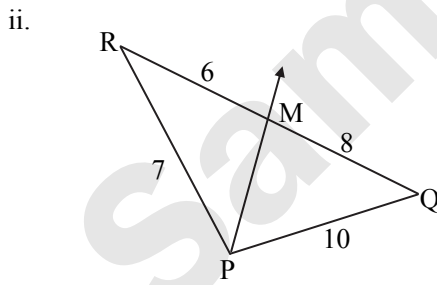
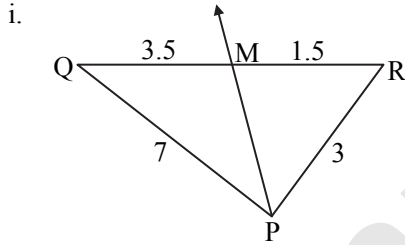
$\triangle ABC$  मध्ये,  $DE \parallel BC$  ...[पक्ष]

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC} \quad \dots(ii) \text{ [प्रमाणाचे मूलभूत प्रमेय]}$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EB} \quad \dots \text{ [(i) आणि (ii) वरून]}$$

सरावसंच 1.2

1. खाली काही त्रिकोण आणि रेषाखंडांच्या लांबी दिल्या आहेत. त्यांवरून कोणत्या आकृतीत किरण  $PM$  हा  $\angle QPR$  चा दुभाजक आहे ते ओळखा.



[प्रत्येकी 1 गुण]

उकल:

i.  $\triangle PQR$  मध्ये,

$$\frac{PQ}{PR} = \frac{7}{3} \quad \dots(i)$$

$$\frac{QM}{RM} = \frac{3.5}{1.5} = \frac{35}{15} = \frac{7}{3} \quad \dots(ii)$$

$$\therefore \frac{PQ}{PR} = \frac{QM}{RM} \quad \dots \text{ [(i) आणि (ii) वरून]}$$

$\therefore$  किरण  $PM$  हा  $\angle QPR$  चा दुभाजक आहे.

...[त्रिकोणाच्या कोनदुभाजकाच्या प्रमेयाचा व्यत्यास]

ii.  $\triangle PQR$  मध्ये,

$$\frac{PQ}{PR} = \frac{10}{7} \quad \dots(i)$$

$$\frac{QM}{RM} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad \dots(ii)$$

$$\therefore \frac{PQ}{PR} \neq \frac{QM}{RM} \quad \dots \text{ [(i) आणि (ii) वरून]}$$

$\therefore$  किरण  $PM$  हा  $\angle QPR$  चा दुभाजक नाही.

iii.  $\triangle PQR$  मध्ये,

$$\frac{PQ}{PR} = \frac{9}{10} \quad \dots(i)$$

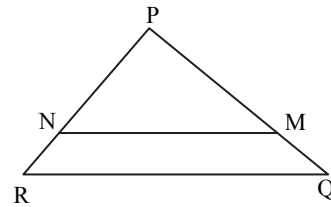
$$\frac{QM}{RM} = \frac{3.6}{4} = \frac{36}{40} = \frac{9}{10} \quad \dots(ii)$$

$$\therefore \frac{PQ}{PR} = \frac{QM}{RM} \quad \dots \text{ [(i) आणि (ii) वरून]}$$

$\therefore$  किरण  $PM$  हा  $\angle QPR$  चा दुभाजक आहे.

...[त्रिकोणाच्या कोनदुभाजकाच्या प्रमेयाचा व्यत्यास]

2. जर  $\triangle PQR$  मध्ये,  $PM = 15$ ,  $PQ = 25$ ,  $PR = 20$ ,  $NR = 8$ , तर रेषा  $NM$  ही बाजू  $RQ$  ला समांतर आहे का? कारण लिहा. [3 गुण]



उकल:

$$PN + NR = PR \quad \dots[P-N-R]$$

$$\therefore PN + 8 = 20$$

$$\therefore PN = 20 - 8 = 12$$

$$\text{तसेच, } PM + MQ = PQ \quad \dots[P-M-Q]$$

$$\therefore 15 + MQ = 25$$

$$\therefore MQ = 25 - 15 = 10$$

$$\frac{PN}{NR} = \frac{12}{8}$$

$$\therefore \frac{PN}{NR} = \frac{3}{2} \quad \dots(i)$$

Page no. **8** to **14** are purposely left blank.

To see complete chapter buy **Target Notes** or **Target E-Notes**

$$\therefore \frac{A(\Delta LMN)}{A(\Delta PQR)} = \frac{9}{16} \quad \dots(i)$$

आता,  $\Delta LMN \sim \Delta PQR$  ...[पक्ष]

$$\therefore \frac{A(\Delta LMN)}{A(\Delta PQR)} = \frac{MN^2}{QR^2}$$

...[ii][समरूप त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे प्रमेय]

$$\therefore \frac{MN^2}{QR^2} = \frac{9}{16} \quad \dots[(i) \text{ आणि } (ii) \text{ वरून}]$$

$$\therefore \frac{MN}{QR} = \frac{3}{4} \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंचे वर्गमूल घेऊन}]$$

$$\therefore \frac{MN}{20} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore MN = \frac{20 \times 3}{4}$$

$$\therefore MN = 15 \text{ एकक}$$

5. दोन समरूप त्रिकोणांची क्षेत्रफळे 225 चौसेमी व 81 चौसेमी आहेत. जर लहान त्रिकोणाची एक बाजू 12 सेमी असेल, तर मोठ्या त्रिकोणाची संगत बाजू काढा. [2 गुण]

उकल:

समजा दोन समरूप त्रिकोणांची क्षेत्रफळे  $A_1$  आणि  $A_2$  आहेत.

$$A_1 = 225 \text{ चौसेमी}, A_2 = 81 \text{ चौसेमी}$$

समजा, मोठ्या व लहान त्रिकोणांच्या संगत बाजू अनुक्रमे  $s_1$  व  $s_2$  आहेत.

$$s_2 = 12 \text{ सेमी}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad \dots[\text{समरूप त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे प्रमेय}]$$

$$\therefore \frac{225}{81} = \frac{s_1^2}{12^2}$$

$$\therefore s_1^2 = \frac{225 \times 12^2}{81}$$

$$\therefore s_1 = \frac{15 \times 12}{9} \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंचे वर्गमूल घेऊन}]$$

$$\therefore s_1 = 20 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{मोठ्या त्रिकोणाची संगत बाजू } 20 \text{ सेमी आहे.}$$

6.  $\Delta ABC$  व  $\Delta DEF$  हे दोन्ही समभुज त्रिकोण आहेत.  $A(\Delta ABC) : A(\Delta DEF) = 1 : 2$  असून  $AB = 4$ , तर  $DE$  ची लांबी काढा. [2 गुण]

उकल:

$\Delta ABC$  व  $\Delta DEF$  मध्ये,

$$\left. \begin{array}{l} \angle A \cong \angle D \\ \angle B \cong \angle E \end{array} \right\} \quad \dots[\text{प्रत्येक कोनाचे माप } 60^\circ]$$

$$\therefore \Delta ABC \sim \Delta DEF \quad \dots[\text{समरूपतेची कोको कसोटी}]$$

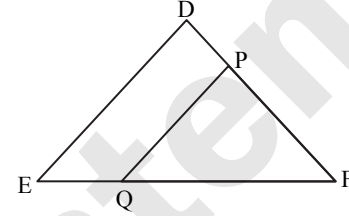
$$\therefore \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2} \quad \dots[\text{समरूप त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे प्रमेय}]$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{4^2}{DE^2}$$

$$\therefore DE^2 = 4^2 \times 2$$

$$\therefore DE = 4\sqrt{2} \text{ एकक} \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंचे वर्गमूल घेऊन}]$$

7. सोबतच्या आकृतीमध्ये, रेष PQ  $\parallel$  रेष DE,  $A(\Delta PQF) = 20$  चौ एकक, जर  $PF = 2 DP$  आहे, तर  $A(\square DPQE)$  काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा. [2 गुण]



उकल:

$$A(\Delta PQF) = 20 \text{ चौ एकक}, PF = 2 DP \quad \dots[\text{पक्ष}]$$

$$DP = x \text{ मानू.}$$

$$\therefore PF = 2x$$

$$DF = DP + PF = x + 2x = 3x$$

$$\dots[D - P - F]$$

$\Delta FDE$  व  $\Delta FPQ$  मध्ये,

$$\angle FDE \cong \angle FPQ \quad \dots[\text{संगत कोन}]$$

$$\angle FED \cong \angle FQP$$

$$\therefore \Delta FDE \sim \Delta FPQ \quad \dots[\text{समरूपतेची कोको कसोटी}]$$

$$\therefore \frac{A(\Delta FDE)}{A(\Delta FPQ)} = \frac{DF^2}{PF^2} = \frac{(3x)^2}{(2x)^2} = \frac{9}{4}$$

...[समरूप त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे प्रमेय]

$$\therefore A(\Delta FDE) = \frac{9}{4} \times A(\Delta FPQ)$$

$$= \frac{9}{4} \times [20] = [45 \text{ चौ एकक}]$$

$$A(\square DPQE) = A(\Delta FDE) - A(\Delta FPQ)$$

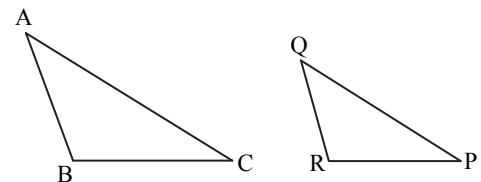
$$= [45] - [20] = [25 \text{ चौ एकक}]$$



संकीर्ण प्रश्नसंग्रह - 1

1. खालील उपप्रश्नांची पर्यायी उत्तरे दिली आहेत त्यांपैकी अचूक पर्याय निवडा. [प्रत्येकी 1 गुण]
- i. जर  $\Delta ABC$  व  $\Delta PQR$  मध्ये एका एकास एक संगतीत

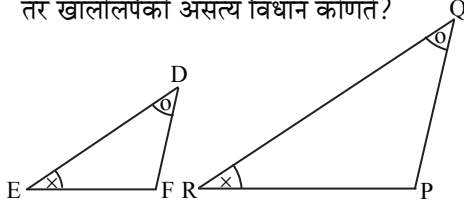
$$\frac{AB}{QR} = \frac{BC}{PR} = \frac{CA}{PQ},$$



तर खालीलपैकी सत्य विधान कोणते?

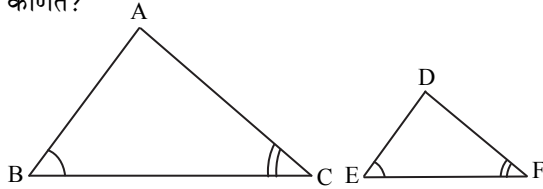
- (A)  $\Delta PQR \sim \Delta ABC$  (B)  $\Delta PQR \sim \Delta CAB$   
 (C)  $\Delta CBA \sim \Delta PQR$  (D)  $\Delta BCA \sim \Delta PQR$

ii. जर  $\Delta DEF$  व  $\Delta PQR$  मध्ये,  $\angle D \cong \angle Q$ ,  $\angle R \cong \angle E$ , तर खालीलपैकी असत्य विधान कोणते?



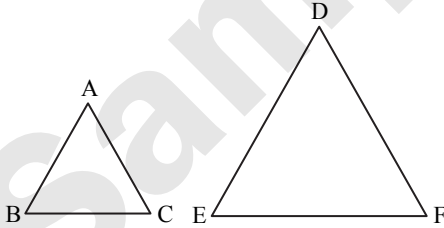
- (A)  $\frac{EF}{PR} = \frac{DF}{PQ}$  (B)  $\frac{DE}{PQ} = \frac{EF}{RP}$   
 (C)  $\frac{DE}{QR} = \frac{DF}{PQ}$  (D)  $\frac{EF}{RP} = \frac{DE}{QR}$

iii.  $\Delta ABC$  व  $\Delta DEF$  मध्ये  $\angle B = \angle E$ ,  $\angle F = \angle C$  आणि  $AB = 3DE$ , तर त्या दोन त्रिकोणांबाबत सत्य विधान कोणते?



- (A) ते एकरूप नाहीत आणि समरूपही नाहीत.  
 (B) ते समरूप आहेत पण एकरूप नाहीत.  
 (C) ते एकरूप आहेत आणि समरूपही आहेत.  
 (D) वरीलपैकी एकही विधान सत्य नाही.

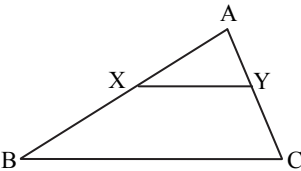
iv.  $\Delta ABC$  व  $\Delta DEF$  हे दोन्ही समभुज त्रिकोण आहेत,  $A(\Delta ABC) : A(\Delta DEF) = 1 : 2$  असून  $AB = 4$  आहे, तर  $DE$  ची लांबी किती? [मार्च 2019]



- (A)  $2\sqrt{2}$  (B) 4 (C) 8 (D)  $4\sqrt{2}$

v. सोबत दिलेल्या

आकृतीमध्ये, रेख  $XY \parallel$   
 रेख  $BC$ , तर खालीलपैकी  
 कोणते विधान सत्य आहे?



- (A)  $\frac{AB}{AC} = \frac{AX}{AY}$  (B)  $\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC}$   
 (C)  $\frac{AX}{YC} = \frac{AY}{XB}$  (D)  $\frac{AB}{YC} = \frac{AC}{XB}$

उत्तरे: i. (B) ii. (B) iii. (B) iv. (D)  
 v. (A)

क्लृप्त्या:

ii.  $\Delta DEF \sim \Delta QRP$   
 ...[समरूपतेची कोको कसोटी]

$$\therefore \frac{DE}{QR} = \frac{EF}{RP} = \frac{DF}{PQ}$$

...[समरूप त्रिकोणांच्या संगत बाजू]

iv. सरावसंच 1.4 मधील प्र. 6 पाहा.

v.  $\Delta ABC \sim \Delta AXY$  ...[समरूपतेची कोको कसोटी]

$$\therefore \frac{AB}{AX} = \frac{AC}{AY} \quad \dots[\text{समरूप त्रिकोणांच्या संगत बाजू}]$$

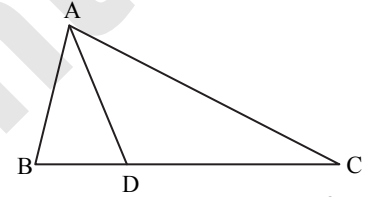
$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AX}{AY} \quad \dots[\text{एकांतर क्रियेने}]$$

2.  $\Delta ABC$  मध्ये,  $B-D-C$  आणि  $BD = 7$ ,  $BC = 20$ , तर खालील गुणोत्तरे काढा.

i.  $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ADC)}$

ii.  $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)}$

iii.  $\frac{A(\Delta ADC)}{A(\Delta ABC)}$



[3 गुण]

उकल:

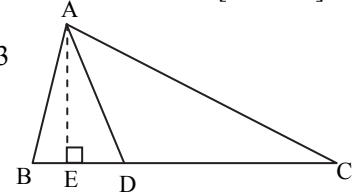
$AE \perp BC$  काढा,  $B-E-C$

$$BC = BD + DC$$

...[ $B-D-C$ ]

$$\therefore 20 = 7 + DC$$

$$\therefore DC = 20 - 7 = 13$$



i.  $\Delta ABD$  आणि  $\Delta ADC$  ची  $AE$  ही समान उंची आहे.

$$\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ADC)} = \frac{BD}{DC}$$

...[समान उंचीचे त्रिकोण]

$$\therefore \frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ADC)} = \frac{7}{13}$$

ii.  $\Delta ABD$  आणि  $\Delta ABC$  ची  $AE$  ही समान उंची आहे.

$$\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)} = \frac{BD}{BC}$$

...[समान उंचीचे त्रिकोण]

$$\therefore \frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)} = \frac{7}{20}$$

iii.  $\Delta ADC$  आणि  $\Delta ABC$  ची  $AE$  ही समान उंची आहे.

$$\frac{A(\Delta ADC)}{A(\Delta ABC)} = \frac{DC}{BC}$$

...[समान उंचीचे त्रिकोण]

$$\therefore \frac{A(\Delta ADC)}{A(\Delta ABC)} = \frac{13}{20}$$

Page no. **17** to **19** are purposely left blank.

To see complete chapter buy **Target Notes** or **Target E-Notes**



उकल:

$$2AX = 3BX \quad \dots[\text{पक्ष}]$$

$$\therefore \frac{AX}{BX} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{AX+BX}{BX} = \frac{3+2}{2} \quad \dots[\text{योग क्रिया करून}]$$

$$\therefore \frac{AB}{BX} = \frac{5}{2} \quad \dots(i) [A-X-B]$$

$\triangle BCA$  व  $\triangle BYX$  मध्ये,

$$\left. \begin{aligned} \angle BCA &\cong \angle BYX \\ \angle BAC &\cong \angle BXY \end{aligned} \right\} \quad \dots[\text{संगत कोन}]$$

$$\therefore \triangle BCA \sim \triangle BYX$$

$\dots$  [समरूपतेच्या **कोको** कसोटीनुसार]

$$\therefore \frac{BA}{BX} = \frac{AC}{XY} \quad \dots [\text{समरूप त्रिकोणांच्या संगत बाजू}]$$

$$\therefore \frac{5}{2} = \frac{AC}{9} \quad \dots[(i) \text{ वरून}]$$

$$\therefore AC = \frac{9 \times 5}{2}$$

$$\therefore AC = \boxed{22.5 \text{ एकक}}$$

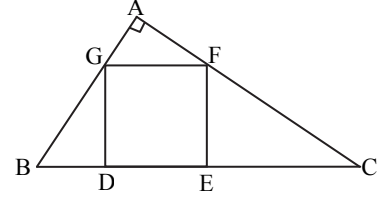
[टीप: पाठ्यपुस्तकात या प्रश्नाचे उत्तर 15 दिले आहे. परंतु, आपल्या आकडेमोडीनुसार अंतिम उत्तर 22.5 एकक आले आहे.]

13.  $\triangle ABC$  मध्ये  $\angle A = 90^\circ$ .  $\square DEFG$  या चौरसाचे  $D$  व  $E$  हे शिरोबिंदू बाजू  $BC$  वर आहेत. बिंदू  $F$  हा बाजू  $AC$  वर आणि बिंदू  $G$  हा बाजू  $AB$  वर आहे तर सिद्ध करा.

$$DE^2 = BD \times EC$$

(वक्तृपती:  $\triangle GBD$  व  $\triangle CFE$  हे समरूप दाखवा.

$GD = FE = DE$  याचा उपयोग करा.) [4 गुण]



सिद्धता:

$\square DEFG$  हा चौरस आहे.

$$\therefore DE = EF = GF = GD \quad \dots(i) [\text{चौरसाच्या बाजू}]$$

$$\angle GDE = \angle DEF = 90^\circ \quad \dots[\text{चौरसाचे कोन}]$$

$$\therefore \text{रेख } GD \perp \text{ रेख } BC, \text{ रेख } FE \perp \text{ रेख } BC \quad \dots(ii)$$

$\triangle BAC$  व  $\triangle BDG$  मध्ये,

$$\angle BAC \cong \angle BDG$$

$\dots[(ii) \text{ वरून, प्रत्येक कोन } 90^\circ \text{ चा असेल.}]$

$$\angle ABC \cong \angle DBG \quad \dots[\text{सामाईक कोन}]$$

$$\therefore \triangle BAC \sim \triangle BDG$$

$\dots(iii) [\text{समरूपतेची कोको कसोटी}]$

$\triangle BAC$  व  $\triangle FEC$  मध्ये,

$$\angle BAC \cong \angle FEC$$

$\dots[(ii) \text{ वरून, प्रत्येक कोन } 90^\circ \text{ चा असेल}]$

$$\angle ACB \cong \angle ECF \quad \dots[\text{सामाईक कोन}]$$

$$\therefore \triangle BAC \sim \triangle FEC$$

$\dots(iv) [\text{समरूपतेची कोको कसोटी}]$

$$\therefore \triangle BDG \sim \triangle FEC \quad \dots[(iii) \text{ व } (iv) \text{ वरून}]$$

$$\therefore \frac{BD}{EF} = \frac{GD}{EC}$$

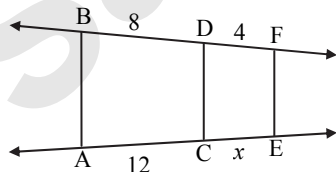
$\dots(v) [\text{समरूप त्रिकोणांच्या संगत बाजू}]$

$$\therefore \frac{BD}{DE} = \frac{DE}{EC} \quad \dots[(i) \text{ व } (v) \text{ वरून}]$$

$$\therefore DE^2 = BD \times EC$$

### सरावासाठी कृती

1. दिलेल्या आकृतीत, जर  $AB \parallel CD \parallel FE$  असेल तर खालील कृती पूर्ण करून  $x$  आणि  $AE$  शोधा. [2 गुण]



रेषा  $AB \parallel$  रेषा  $CD \parallel$  रेषा  $FE \quad \dots[\text{पक्ष}]$

$$\therefore \frac{BD}{DF} = \frac{AC}{CE} \quad \dots \left[ \frac{8}{4} = \frac{12}{x} \right]$$

$$\therefore x = \boxed{6}$$

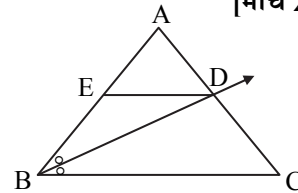
आता,  $AE = AC + CE \quad \dots[A-C-E]$

$$\therefore AE = \boxed{18}$$

2.  $\triangle ABC$  मध्ये किरण  $BD$  हा  $\angle ABC$  चा दुभाजक आहे. जर  $A-D-C$ ,  $A-E-B$  व रेख  $ED \parallel$  बाजू  $BC$ , तर

$$\text{सिद्ध करा: } \frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EB}$$

[मार्च 2019] [2 गुण]



सिद्धता:

$\triangle ABC$  मध्ये किरण  $BD$  हा  $\angle ABC$  चा दुभाजक आहे.

$\dots[\text{पक्ष}]$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EB} \quad \dots(i) [\text{कोनदुभाजकाच्या प्रमेयानुसार}]$$

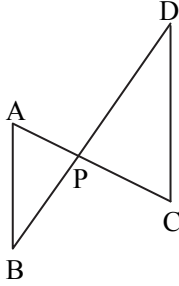
$\triangle ABC$  मध्ये, रेषा  $DE \parallel$  बाजू  $BC$  ...[पक्ष]

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$$

... (ii) [ ]

$$\frac{AB}{\square} = \frac{\square}{EB} \quad \dots [(i) \text{ व } (ii) \text{ वरून}]$$

3. आकृतीत रेषा  $AC$  आणि रेषा  $BD$  परस्परांना बिंदू  $P$  मध्ये छेदतात. जर  $\frac{AP}{CP} = \frac{BP}{DP}$  असेल, तर  $\triangle ABP \sim \triangle CDP$  दाखवण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.



[मार्च 2022] [2 गुण]

कृती:

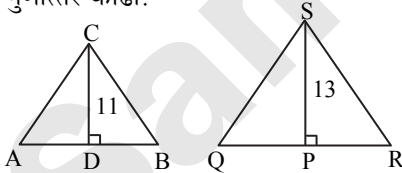
$\triangle APB$  व  $\triangle CDP$  मध्ये

$$\frac{AP}{CP} = \frac{BP}{DP} \quad \dots [ ]$$

$\therefore \angle APB \cong \square$  ... विरुद्ध कोन

$\therefore \square \sim \triangle CDP$  ... [समरूपतेची  $\square$  कसोटी]

4.  $\triangle ABC \sim \triangle QRS$ . बिंदू  $C$  पासून काढलेल्या शिरोलंबाची लांबी 11 असून बिंदू  $S$  पासून काढलेल्या शिरोलंबाची लांबी 13 आहे, तर  $\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle QRS)}$  हे गुणोत्तर काढा.



[3 गुण]

$\triangle ABC \sim \triangle QRS$  ...[पक्ष]

$\therefore \angle A \cong \angle Q$

... (i) [ ]

$\triangle ADC$  व  $\triangle QPS$  मध्ये,

$\angle A \cong \angle Q$  ... [(i) वरून]

$\angle ADC \cong \angle QPS$  ... [प्रत्येक कोनाचे माप  $90^\circ$ ]

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle QPS$  ... [समरूपतेची कोको कसोटी]

$\therefore \frac{AC}{QS} = \frac{\square}{SP}$  ... [समरूप त्रिकोणांच्या संगत बाजू]

$$\therefore \frac{AC}{QS} = \frac{\square}{\square}$$

आता,  $\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle QRS)} = \frac{AC^2}{QS^2}$

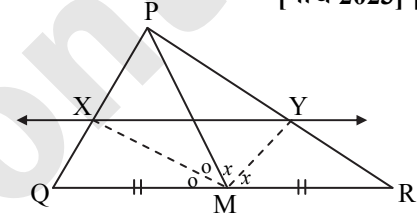
... [ ]

$$\therefore \left(\frac{AC}{QS}\right)^2 = \left(\frac{\square}{\square}\right)^2$$

$$\therefore \frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle QRS)} = \frac{\square}{\square}$$

5.  $\triangle PQR$  मध्ये रेषा  $PM$  ही मध्यगा आहे.  $\angle PMQ$  व  $\angle PMR$  चे दुभाजक बाजू  $PQ$  व बाजू  $PR$  ला अनुक्रमे  $X$  आणि  $Y$  बिंदू छेदतात, तर  $XY \parallel QR$  सिद्ध करण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

[मार्च 2023] [3 गुण]



$\triangle PMQ$  मध्ये,

किरण  $MX$  हा  $\angle PMQ$  चा कोनदुभाजक आहे.

$$\therefore \frac{MP}{MQ} = \frac{\square}{\square} \quad \dots (i) \text{ [कोनदुभाजकाचे प्रमेय]}$$

$\triangle PMR$  मध्ये किरण  $MY$  हा  $\angle PMR$  चा कोनदुभाजक आहे.

$$\therefore \frac{MP}{MR} = \frac{\square}{\square} \quad \dots (ii) \text{ [कोनदुभाजकाचे प्रमेय]}$$

$$\text{परंतु } \frac{MP}{MQ} = \frac{MP}{MR}$$

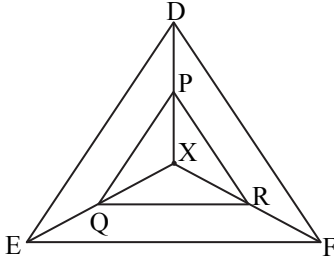
... (iii) [M हा QR चा मध्यबिंदू आहे. म्हणजेच,  $MQ = MR$ ]

$$\therefore \frac{PX}{\square} = \frac{\square}{YR} \quad \dots \text{ [विधान (i), (ii) व (iii) वरून]}$$

$\therefore XY \parallel QR$  ... [प्रमाणाच्या मूलभूत प्रमेयाचा व्यत्यास]

6. दिलेल्या आकृतीमध्ये त्रिकोणाच्या अंतर्भागात  $X$  हा एक कोणताही बिंदू आहे. बिंदू  $X$  हा त्रिकोणाच्या शिरोबिंदूशी जोडला आहे. तसेच रेषा  $PQ \parallel$  रेषा  $DE$ , रेषा  $QR \parallel$  रेषा  $EF$ , तर रेषा  $PR \parallel$  रेषा  $DF$  हे सिद्ध करण्यासाठी कृती पूर्ण करा.

[मार्च 2020] [3 गुण]



सिद्धता:

$\Delta XDE$  मध्ये,  $PQ \parallel DE$  ...[पक्ष]

$\therefore \frac{XP}{PD} = \frac{XQ}{QE}$  ... (i) [प्रमाणाचे मूलभूत प्रमेय]

$\Delta XEF$  मध्ये,

$QR \parallel EF$  ...[पक्ष]

$\therefore \frac{XQ}{QE} = \frac{XR}{RF}$

... (ii) [ ]

$\therefore \frac{XP}{PD} = \frac{XR}{RF}$  ... [विधान (i) व (ii) वरून]

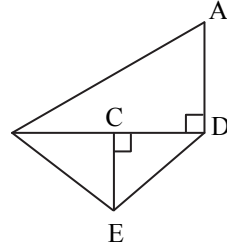
$\therefore$  रेख  $PR \parallel$  रेख  $DF$   
...[प्रमाणाच्या मूलभूत प्रमेयाच्या व्यत्यासानुसार]

एका गुणाचे प्रश्न

प्रकार A: बहुपर्यायी प्रश्न

1. दिलेल्या आकृतीत, जर  $AD = 5$  सेमी आणि  $CE = 3$  सेमी

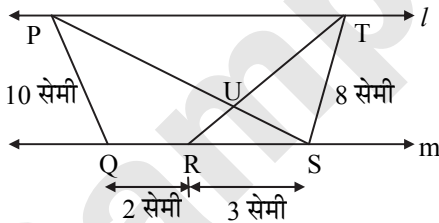
असेल, तर  $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta BED)} =$  \_\_\_\_\_



- (A)  $\frac{5}{3}$  (B)  $\frac{25}{9}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{5}{8}$

2. खाली दिलेल्या आकृतीमध्ये, जर रेषा  $l \parallel$  रेषा  $m$ , तर

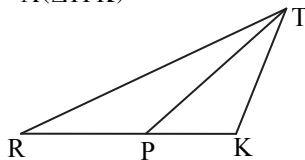
$\frac{A(\Delta PQS)}{A(\Delta TRS)} =$  \_\_\_\_\_



- (A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $\frac{5}{3}$  (C)  $\frac{5}{2}$  (D)  $\frac{25}{12}$

3. सोबत दिलेल्या आकृतीमध्ये, जर  $RP : PK = 11 : 8$

असेल, तर  $\frac{A(\Delta TRP)}{A(\Delta TPK)} =$  \_\_\_\_\_

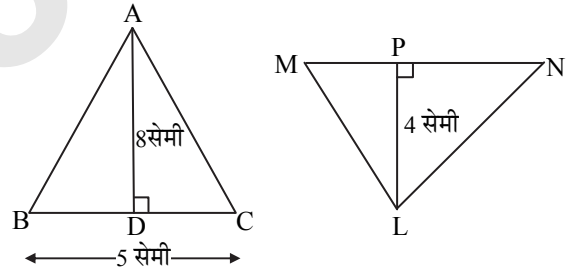


- (A) 11 : 8 (B) 8 : 11  
(C) 19 : 11 (D) 11 : 19

4. समान पाया असलेल्या दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळाचे गुणोत्तर  $3 : 4$  आहे. जर मोठ्या त्रिकोणाची उंची 20 सेमी असेल, तर लहान त्रिकोणाची संगत उंची किती असेल?

- (A) 4 सेमी (B) 9 सेमी  
(C) 12 सेमी (D) 15 सेमी

5. जर  $A(\Delta ABC) = A(\Delta LMN)$ , तर  $MN =$  \_\_\_\_\_



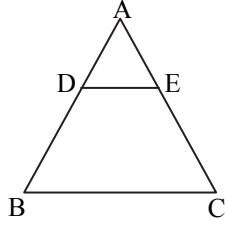
- (A) 40 सेमी (B) 10 सेमी  
(C) 4 सेमी (D) 20 सेमी

6.  $\Delta ABC$  च्या बाजू  $AB$  आणि  $AC$  वर अनुक्रमे  $X$  व  $Y$  हे बिंदू आहेत, तर खालीलपैकी कोणत्या पर्यायानुसार  $XY \parallel BC$  आहे?

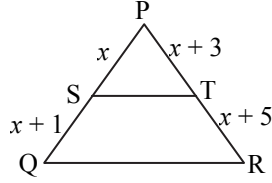
- (A)  $AX = 1.3$  सेमी,  $XB = 3.9$  सेमी,  
 $AY = 2.8$  सेमी,  $YC = 5.6$  सेमी  
(B)  $AX = 1.3$  सेमी,  $XB = 3.9$  सेमी,  
 $AY = 2.8$  सेमी,  $YC = 8.4$  सेमी  
(C)  $AX = 1.3$  सेमी,  $XB = 2.6$  सेमी,  
 $AY = 2.8$  सेमी,  $YC = 8.4$  सेमी  
(D)  $AX = 1.3$  सेमी,  $XB = 2.6$  सेमी,  
 $AY = 2.8$  सेमी,  $YC = 11.2$  सेमी

7. दिलेल्या आकृतीमध्ये  $DE \parallel BC$ . जर  $AB = 12$  सेमी व  $AD = 3$  सेमी, तर  $AE : EC =$  \_\_\_\_\_

- (A) 1:2  
(B) 1:3  
(C) 1:4  
(D) 4:1

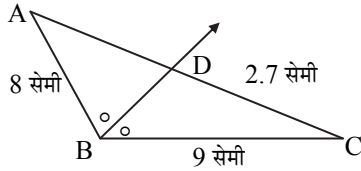


8.  $\Delta PQR$  मध्ये, जर  $ST \parallel QR$ , तर  $x$  ची किंमत \_\_\_\_\_ असेल.



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

9. किरण BD हा  $\angle ABC$  चा कोनदुभाजक आहे, तर  $\Delta ABC$  ची परिमिती \_\_\_\_\_ असेल.



- (A) 2.4 सेमी (B) 3.1 सेमी  
(C) 22.1 सेमी (D) 22.8 सेमी

10.  $\square PQRS$  हा समलंब चौकोन आहे आणि  $AB \parallel PS \parallel QR$ . जर  $PA = 3$  सेमी,  $AQ = 1.4$  सेमी,  $BR = 2.1$  सेमी असेल, तर  $SB =$  \_\_\_\_\_ असेल.

- (A) 2 सेमी  
(B) 2.5 सेमी  
(C) 4 सेमी  
(D) 4.5 सेमी



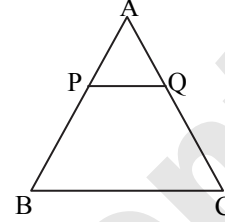
11.  $\Delta ABC$  व  $\Delta XYZ$  मध्ये, जर  $\frac{AB}{YZ} = \frac{BC}{ZX} = \frac{AC}{XY}$  असेल, तर  $\Delta ABC$  व  $\Delta XYZ$  कोणत्या संगतीने समरूप आहेत?  
(A)  $ABC \leftrightarrow XYZ$  (B)  $ABC \leftrightarrow YXZ$   
(C)  $ABC \leftrightarrow YZX$  (D)  $BAC \leftrightarrow YZX$

12.  $\Delta PQR$  आणि  $\Delta XYZ$  मध्ये,  $\frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{XZ}$ , हे त्रिकोण तेव्हा एकरूप होतील, जेव्हा \_\_\_\_\_  
(A)  $\angle P \cong \angle X$  (B)  $\angle R \cong \angle Y$   
(C)  $\angle Q \cong \angle Y$  (D)  $\angle Q \cong \angle X$

13. जर  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  आणि  $\angle A = 48^\circ$ , तर  $\angle D =$  \_\_\_\_\_  
[मार्च 2022]  
(A)  $48^\circ$  (B)  $83^\circ$  (C)  $49^\circ$  (D)  $132^\circ$

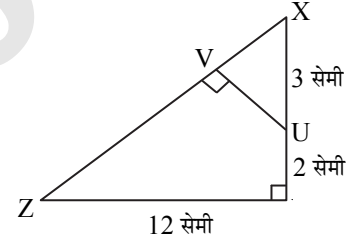
14.  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$  आणि  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle Q = 87^\circ$ , तर  $\angle C =$  \_\_\_\_\_.  
[नोव्हेंबर 2020]  
(A)  $45^\circ$  (B)  $87^\circ$  (C)  $48^\circ$  (D)  $90^\circ$

15. दिलेल्या आकृतीमध्ये, जर रेख  $PQ \parallel$  रेख  $BC$  असून  $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{5}$  असेल, तर  $\frac{PQ}{BC} =$  \_\_\_\_\_



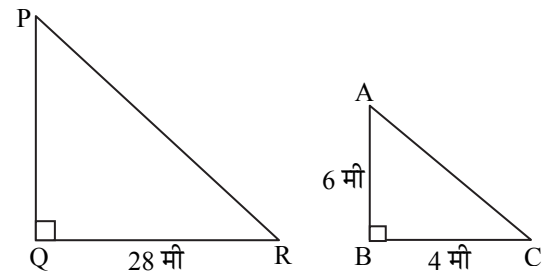
- (A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{3}{2}$  (D)  $\frac{5}{2}$

16. खालील आकृतीत,  $\Delta XYZ$  मध्ये  $\angle Y$  हा काटकोन आहे आणि  $UV \perp XZ$ .  $XZ = 13$  सेमी, तर  $XV$  आणि  $UV$  ची लांबी अनुक्रमे \_\_\_\_\_ असेल.



- (A) 15 सेमी, 36 सेमी (B) 36 सेमी, 15 सेमी  
(C)  $\frac{15}{13}$  सेमी,  $\frac{36}{13}$  सेमी (D)  $\frac{36}{13}$  सेमी,  $\frac{15}{13}$  सेमी

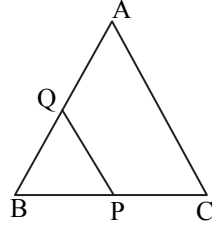
17. 6 मी लांबीच्या उभ्या खांबाची 4 मी लांब सावली मैदानावर पडते. त्याच वेळी त्या मैदानावर एका मनोऱ्याची 28 मी. लांब सावली पडते, तर त्या मनोऱ्याची उंची किती?



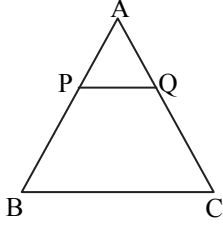
- (A) 14 मी (B) 28 मी (C) 35 मी (D) 42 मी

18. आकृतीमध्ये,  $\Delta ABC \sim \Delta BPQ$ . जर  $AB = BC$  आणि P हा रेख BC चा मध्यबिंदू आहे, तर  $A(\Delta ABC) : A(\Delta BPQ) =$  \_\_\_\_\_

- (A) 1 : 2  
(B) 2 : 1  
(C) 1 : 4  
(D) 4 : 1



19. दिलेल्या आकृतीमध्ये,  $\Delta ABC \sim \Delta APQ$ . जर  $AB = 12$  सेमी, आणि  $AQ = \frac{1}{4} AC$ , तर  $AP$  ची लांबी किती असेल?



- (A) 2 सेमी (B) 3 सेमी  
(C) 4 सेमी (D) 6 सेमी

20.  $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$ .  $PQ : XY = 7 : 3$ , तर  $A(\Delta PQR) : A(\Delta XYZ) = \underline{\hspace{2cm}}$   
(A) 7 : 3 (B) 3 : 7  
(C) 49 : 9 (D) 9 : 49

21.  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ . जर  $BC = 5$  सेमी,  $EF = 7.5$  सेमी आणि  $A(\Delta DEF) = 45$  सेमी<sup>2</sup>, तर  $A(\Delta ABC) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (A) 10 सेमी<sup>2</sup> (B) 20 सेमी<sup>2</sup>  
(C) 30 सेमी<sup>2</sup> (D) 40 सेमी<sup>2</sup>

22. दोन समरूप त्रिकोणांची क्षेत्रफळे 32 सेमी<sup>2</sup> आणि 50 सेमी<sup>2</sup> आहेत. त्यांच्या संगत भुजांचे गुणोत्तर किती असेल?

- (A) 3 : 7 (B) 4 : 5  
(C) 5 : 4 (D) 16 : 25

23.  $\Delta PQR \sim \Delta UTS$ . जर  $A(\Delta PQR) : A(\Delta UTS) = 16 : 9$ , व  $TS = 1.8$  सेमी असेल, तर  $QR = \underline{\hspace{2cm}}$

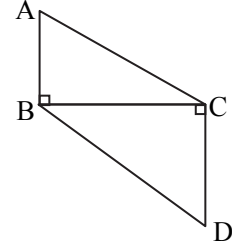
- (A) 1.35 सेमी (B) 2.4 सेमी  
(C) 3.2 सेमी (D) 1.1 सेमी

**प्रकार B: खालील प्रश्न सोडवा.**

1. आकृतीमध्ये, रेषा  $AB \perp$  रेषा  $BC$  आणि रेषा  $DC \perp$  रेषा  $BC$ .

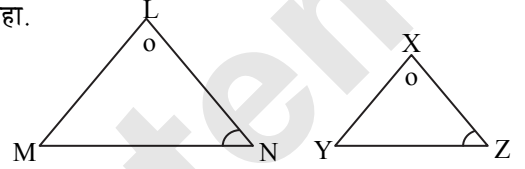
जर  $AB = 3$  सेमी आणि  $CD = 4$  सेमी, तर  $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta DCB)}$  काढा.

[नोव्हेंबर 2020]

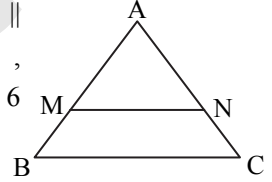


2.  $\Delta DEF \sim \Delta LMN$ , जर  $DE = 3$ ,  $LM = 7$ , तर  $\frac{A(\Delta DEF)}{A(\Delta LMN)}$  ची किंमत काढा.

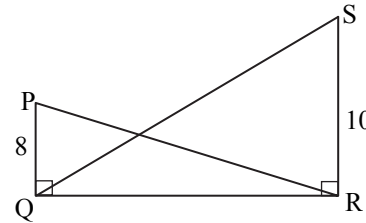
3. दिलेले त्रिकोण ज्या कसोटीने समरूप होतात ती कसोटी लिहा.



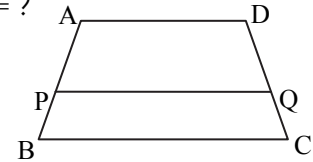
4. दिलेल्या आकृतीत,  $MN \parallel BC$ , जर  $AM = 7$ ,  $MB = 10$ ,  $AN = 6$  असेल, तर  $NC$  काढा.



5. दिलेल्या आकृतीत,  $\angle PQR = \angle SRQ = 90^\circ$ ,  $PQ = 8$ ,  $SR = 10$  असेल, तर  $\frac{A(\Delta PQR)}{A(\Delta SRQ)}$  काढा.



6.  $\square ABCD$  हा समलंब चौकोन आहे आणि  $PQ \parallel AD \parallel BC$ . जर  $PA = 4$  सेमी,  $PB = 1.5$  सेमी,  $QC = 2.4$  सेमी असेल, तर  $DQ = ?$



7. जर  $\Delta PQR \sim \Delta CAB$  असेल, तर  $\frac{AB}{QR} = ?$

8.  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ , जर  $\angle A = 45^\circ$  व  $\angle F = 60^\circ$  असेल, तर  $\angle B = ?$

9.  $\Delta ABC \sim \Delta LMN$ , जर  $AB = 3$ ,  $LM = 9$  आणि  $LN = 6$  असेल, तर  $AC = ?$

10. जर  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$  आणि  $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{16}{25}$ , तर  $AB : PQ$  किती? [मार्च 2023]

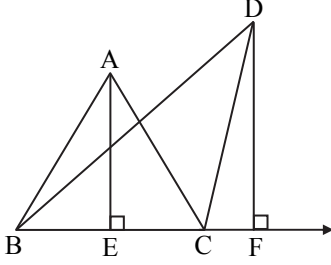


## सरावासाठी अधिक उदाहरणे

## सरावसंच 1.1 वर आधारित

- +1. शेजारील आकृतीमध्ये, रेख  $AE \perp$  रेख  $BC$ , रेख  $DF \perp$  रेखा  $BC$ .

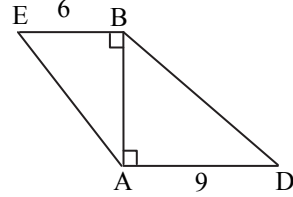
$AE = 4$ ,  $DF = 6$ , तर  $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta DBC)}$  काढा.



[1 गुण]

2. सोबत दिलेल्या आकृतीमध्ये, रेख  $BE \perp$  रेख  $AB$  आणि रेख  $BA \perp$  रेख  $AD$ . जर  $BE = 6$  आणि  $AD = 9$ , तर

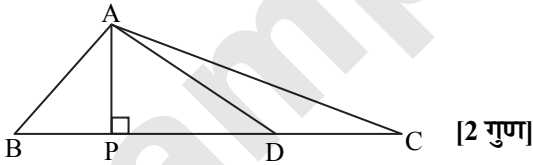
$\frac{A(\Delta ABE)}{A(\Delta BAD)}$  काढा.



[ऑक्टोबर 2014; जुलै 2015; मार्च 2017][1 गुण]

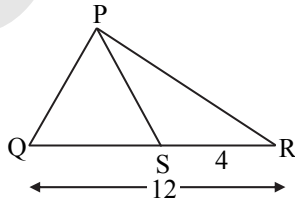
- +3.  $\Delta ABC$  च्या  $BC$  बाजूवर  $D$  बिंदू असा आहे, की  $DC = 6$ ,  $BC = 15$ . तर

- i.  $A(\Delta ABD) : A(\Delta ABC)$  आणि  
ii.  $A(\Delta ABD) : A(\Delta ADC)$  काढा.



[2 गुण]

4. सोबत दिलेल्या आकृतीमध्ये,  $QR = 12$  आणि  $SR = 4$ . तर खालील गुणोत्तरे काढा.

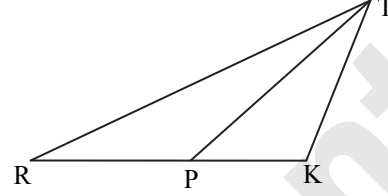


- i.  $\frac{A(\Delta PSR)}{A(\Delta PQR)}$       ii.  $\frac{A(\Delta PQS)}{A(\Delta PQR)}$   
iii.  $\frac{A(\Delta PQS)}{A(\Delta PSR)}$

[3 गुण]

5. खालील आकृतीमध्ये, जर  $RP : PK = 3 : 2$ , तर खालील गुणोत्तरांच्या किमती काढा.

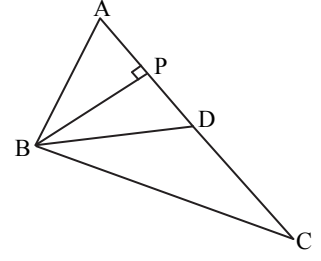
- i.  $A(\Delta TRP) : A(\Delta TPK)$  [जुलै 2016, 2017]  
ii.  $A(\Delta TRK) : A(\Delta TPK)$   
iii.  $A(\Delta TRP) : A(\Delta TRK)$



[मार्च 2014][3 गुण]

- +6. शेजारील आकृतीमध्ये,  $\Delta ABC$  च्या  $AC$  या बाजूवर  $D$  बिंदू असा आहे, की  $AC = 16$ ,  $DC = 9$ ,  $BP \perp AC$ , तर खालील गुणोत्तरे काढा.

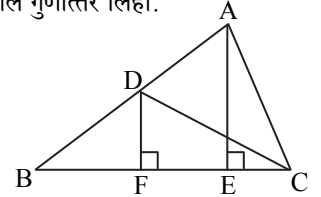
- i.  $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)}$   
ii.  $\frac{A(\Delta BDC)}{A(\Delta ABC)}$   
iii.  $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta BDC)}$



[3 गुण]

7. सोबत दिलेल्या आकृतीमध्ये, रेख  $AE \perp$  रेख  $BC$  आणि रेख  $DF \perp$  रेख  $BC$ . खालील गुणोत्तरे लिहा.

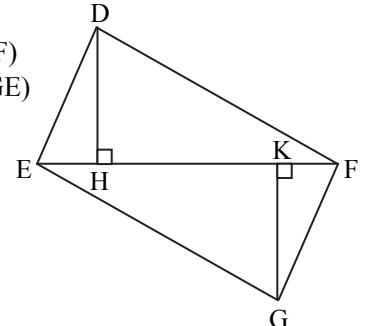
- i.  $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta DBC)}$   
ii.  $\frac{A(\Delta DBF)}{A(\Delta DFC)}$   
iii.  $\frac{A(\Delta AEC)}{A(\Delta DBF)}$



[2 गुण]

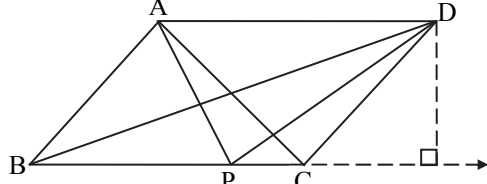
8. खालील आकृतीमध्ये, रेख  $DH \perp$  रेख  $EF$  आणि रेख  $GK \perp$  रेख  $EF$ . जर  $DH = 6$  सेमी,  $GK = 10$  सेमी आणि  $A(\Delta DEF) = 150$  सेमी<sup>2</sup>, तर शोधा:

- i.  $EF$   
ii.  $A(\Delta GEF)$   
iii.  $A(\square DFGK)$



[मार्च 2018][3 गुण]

- +9.  $\square ABCD$  हा समांतरभुज चौकोन आहे. P हा बाजू BC वरील कोणताही एक बिंदू आहे, तर समान क्षेत्रफळांच्या त्रिकोणांच्या दोन जोड्या शोधा.

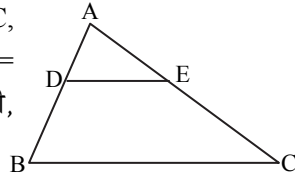


[2 गुण]

10. समान पायाच्या दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर 4 : 3 आहे. मोठ्या त्रिकोणाची उंची 6 सेमी आहे, तर लहान त्रिकोणाची संगत उंची काढा. [मार्च 2018] [2 गुण]
11. समान पायाच्या दोन त्रिकोणांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर 6:5 आहे. मोठ्या त्रिकोणाची उंची 9 सेमी आहे, तर लहान त्रिकोणाची संगत उंची काढा. [मार्च 2015] [2 गुण]

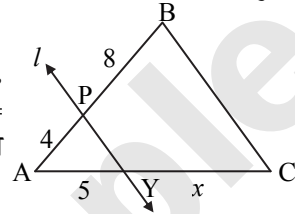
**सरावसंच 1.2 वर आधारित**

- +1.  $\triangle ABC$  मध्ये,  $DE \parallel BC$ ,  $DB = 5.4$  सेमी,  $AD = 1.8$  सेमी,  $EC = 7.2$  सेमी, तर  $AE$  काढा.



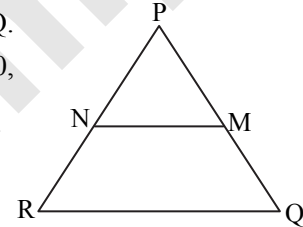
[2 गुण]

2. सोबत दिलेल्या आकृतीमध्ये, रेषा  $l \parallel$  बाजू BC,  $AP = 4$ ,  $PB = 8$ ,  $AY = 5$ ,  $YC = x$ , तर  $x$  ची किंमत काढा.



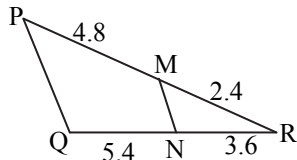
[जुलै 2015] [2 गुण]

3.  $\triangle PQR$  मध्ये,  $NM \parallel RQ$ . जर  $PM = 15$ ,  $MQ = 10$ ,  $NR = 8$ , तर  $PN$  काढा.



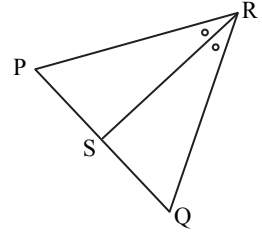
[मार्च 2020] [2 गुण]

4. सोबत दिलेल्या आकृतीमध्ये,  $PM = 4.8$ ,  $MR = 2.4$ ,  $QN = 5.4$ ,  $NR = 3.6$ . रेषा MN बाजू PQ ला समांतर आहे की नाही ते सकारण सांगा.



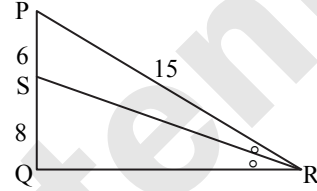
[2 गुण]

- +5.  $\triangle PQR$  मध्ये, रेषा RS हा  $\angle R$  चा दुभाजक आहे. जर  $PR = 15$ ,  $RQ = 20$ ,  $PS = 12$ , तर  $SQ$  काढा.



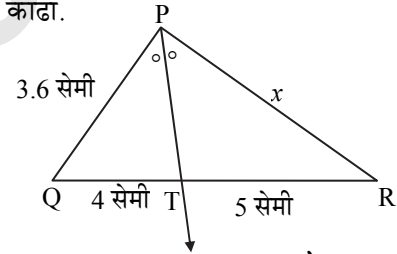
[2 गुण]

6. खालील आकृतीमध्ये,  $\triangle PQR$  मध्ये रेषा RS हा  $\angle PRQ$  चा कोनदुभाजक आहे. जर  $PS = 6$ ,  $SQ = 8$  आणि  $PR = 15$ , तर  $QR$  ची लांबी काढा.



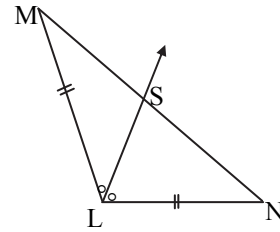
[मार्च 2015, 2017] [2 गुण]

7. सोबत दिलेल्या आकृतीमध्ये, किरण PT हा  $\angle QPR$  चा दुभाजक आहे, तर  $x$  ची किंमत आणि  $\triangle PQR$  ची परिमिती काढा.



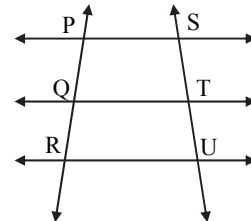
[जुलै 2016] [2 गुण]

8. सोबत दिलेल्या आकृतीमध्ये, किरण LS हा  $\angle MLN$  चा कोनदुभाजक असून रेषा  $ML \cong$  रेषा LN, MS आणि SN मधील संबंध लिहा.



[3 गुण]

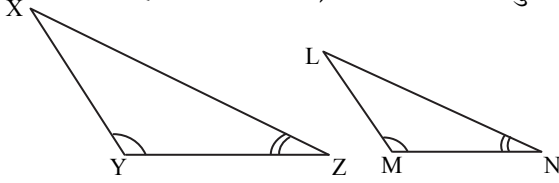
9. सोबत दिलेल्या आकृतीमध्ये, रेषा  $PS \parallel$  रेषा  $QT \parallel$  रेषा  $RU$ , जर  $PQ = 6.4$ ,  $PR = 9.6$  व  $ST = 11$  असेल, तर  $SU$  ची लांबी काढा.



[3 गुण]

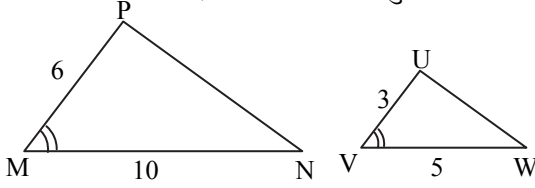
## सरावसंच 1.3 वर आधारित

- +1.  $\Delta XYZ$  मध्ये,  $\angle Y = 100^\circ$ ,  $\angle Z = 30^\circ$ ,  $\Delta LMN$  मध्ये,  $\angle M = 100^\circ$ ,  $\angle N = 30^\circ$ , तर  $\Delta XYZ$  व  $\Delta LMN$  हे समरूप आहेत काय? असतील, तर कोणत्या कसोटीनुसार?



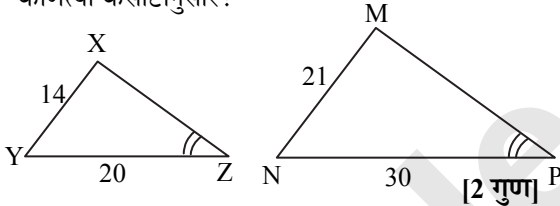
[2 गुण]

- +2. खालील आकृतीमध्ये दिलेल्या माहितीवरून त्रिकोण समरूप आहेत का? असतील, तर कोणत्या कसोटीनुसार?



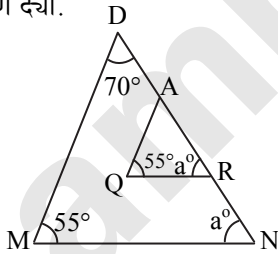
[2 गुण]

- +3. खालील आकृतीमध्ये दिलेल्या माहितीवरून त्रिकोण समरूप आहेत असे म्हणता येईल का? म्हणता येत असेल, तर कोणत्या कसोटीनुसार?



[2 गुण]

4. सोबत दिलेल्या आकृतीवरून दोन त्रिकोण समरूप आहेत का? कारण द्या.



[जुलै 2016][2 गुण]

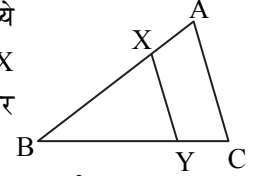
5. एका रस्त्यावरील दिव्याच्या खांबाची उंची 6 मीटर आहे. एका 1.5 मीटर उंचीच्या मुलाची सावली 3 मीटर पडते. जर मुलगा खांबाच्या सरळ रेषेत उभा असेल, तर दिव्याच्या खांबाच्या पायापासून त्या मुलाचे अंतर किती असेल?

[3 गुण]

- +6. जर चौकोन ABCD चे कर्ण Q बिंदूत छेदत असतील आणि  $2QA = QC$ ,  $2QB = QD$ , तर  $DC = 2AB$  दाखवा.

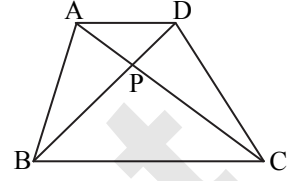
[3 गुण]

7. आकृतीत  $\Delta ABC$  मध्ये रेख  $XY \parallel$  बाजू  $AC$ . जर  $2AX = 3BX$  आणि  $XY = 9$ , तर  $AC$  ची किंमत काढा.



[मार्च 2022] [3 गुण]

8.  $\square ABCD$  मध्ये, बाजू  $BC \parallel$  बाजू  $AD$ . कर्ण  $AC$  आणि  $BD$  परस्परांस  $P$  बिंदूत छेदतात.



जर  $AP = \frac{1}{3} AC$ , तर सिद्ध करा  $DP = \frac{1}{2} BP$ .

[ऑक्टोबर 2009][4 गुण]

## सरावसंच 1.4 वर आधारित

1.  $\Delta DEF \sim \Delta MNK$ . जर  $DE = 5$  आणि  $MN = 6$ ,

तर  $\frac{A(\Delta DEF)}{A(\Delta MNK)}$  ची किंमत काढा.

[मार्च 2018][2 गुण]

- +2.  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ,  $A(\Delta ABC) = 16$ ,  $A(\Delta PQR) = 25$ , तर  $\frac{AB}{PQ}$  या गुणोत्तराची किंमत काढा.

[2 गुण]

3.  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ,  $A(\Delta ABC) = 81$  सेमी<sup>2</sup>,  $A(\Delta PQR) = 121$  सेमी<sup>2</sup>. जर  $BC = 6.3$  सेमी, तर  $QR$  काढा.

[नोव्हेंबर 2020] [2 गुण]

4. जर  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ,  $AB : PQ = 4 : 5$  आणि  $A(\Delta PQR) = 125$  सेमी<sup>2</sup> असेल, तर  $A(\Delta ABC)$  काढा.

[मार्च 2022] [2 गुण]

- +5. दोन समरूप त्रिकोणांच्या संगत भुजांचे गुणोत्तर  $2 : 5$  आहे, लहान त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ 64 चौसेमी असेल, तर मोठ्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ किती?

[2 गुण]

6.  $\Delta ABC$  आणि  $\Delta DEF$  हे समभुज त्रिकोण आहेत.  $A(\Delta ABC) : A(\Delta DEF) = 1 : 2$  आणि  $AB = 4$  सेमी. तर  $DE$  काढा.

[2 गुण]

- +7. समलंब चौकोन ABCD मध्ये बाजू  $AB \parallel$  बाजू  $CD$ , कर्ण  $AC$  व कर्ण  $BD$  हे एकमेकांना  $P$  मध्ये छेदतात, तर

सिद्ध करा:  $\frac{A(\Delta ABP)}{A(\Delta CPD)} = \frac{AB^2}{CD^2}$ .

[3 गुण]



## AVAILABLE NOTES FOR STD. X:

(Eng., Mar. & Semi Eng. Med.)

### PERFECT SERIES

- English Kumarbharati
- मराठी अक्षरभारती
- हिंदी लोकभारती
- हिंदी लोकवाणी
- आमोद: सम्पूर्ण-संस्कृतम्
- आनन्द: संयुक्त-संस्कृतम्
- History and Political Science
- Geography
- Mathematics (Part - I)
- Mathematics (Part - II)
- Science and Technology (Part - 1)
- Science and Technology (Part - 2)

### PRECISE SERIES

- Science and Technology (Part - 1)
- Science and Technology (Part - 2)
- History, Political Science and Geography

### PRECISE SERIES

- My English Coursebook
- मराठी कुमारभारती
- इतिहास व राज्यशास्त्र
- भूगोल
- गणित (भाग - I)
- गणित (भाग - II)
- विज्ञान आणि तंत्रज्ञान (भाग - १)
- विज्ञान आणि तंत्रज्ञान (भाग - २)

### WORKBOOK

- English Kumarbharati
- मराठी अक्षरभारती
- हिंदी लोकभारती
- Mathematics (Part - I)
- Mathematics (Part - II)
- My English Coursebook
- मराठी कुमारभारती

### Additional Titles: (Eng., Mar. & Semi Eng. Med.)

- ▶ Grammar & Writing Skills Books (Std. X)
  - Marathi • Hindi • English
- ▶ Hindi Grammar Worksheets
- ▶ 3 in 1 Writing Skills
  - English (HL) • Hindi (LL) • Marathi (LL)
- ▶ 3 in 1 Grammar (Language Study) & Vocabulary
  - English (HL) • Hindi (LL) • Marathi (LL)
- ▶ SSC 54 Question Papers & Activity Sheets With Solutions
- ▶ आमोद: (सम्पूर्ण-संस्कृतम्) –  
SSC 11 Activity Sheets With Solutions
- ▶ हिंदी लोकवाणी (संयुक्त), संस्कृत-आनन्द: (संयुक्तम्) –  
SSC 12 Activity Sheets With Solutions
- ▶ IQB (Important Question Bank)
- ▶ Mathematics Challenging Questions
- ▶ Geography Map & Graph Practice Book
- ▶ A Collection of Board Questions With Solutions

Marketed by:

**Target Publications® Pvt. Ltd.**  
Transforming lives through learning



Scan the QR code to buy e-book version of Target's Notes on Quill - The Padhai App



Explore our range of  
**STATIONERY**

B2, 9<sup>th</sup> Floor, Ashar, Road No. 16/Z, Wagle Industrial Estate, Thane (W)-400604 | 88799 39712 / 14 | 88799 39713 / 15

www.targetpublications.org | mail@targetpublications.org

Visit Our Website