

PRECISE

SAMPLE CONTENT



गणित (भाग - १)

पाठ्यपुस्तक व बोर्डाच्या कृतिपत्रिका आराखड्यावर आधारित



#itna hi kaafi hain

इयत्ता
दहावी
(मराठी माध्यम)

Published by:

LAZY BONE EDUCATION

PRECISE

गणित भाग - I

इयत्ता दहावी (मराठी माध्यम)

ठळक वैशिष्ट्ये

- ☞ बोर्डाच्या अद्ययावत प्रश्नपत्रिका प्रारूपावर आधारित
- ☞ सर्व सरावसंच व संकीर्ण प्रश्नसंग्रहांतील प्रश्नांची सविस्तर उकल उपलब्ध
- ☞ प्रत्येक पाठात अंतर्भूत बाबी:
 - सरावासाठी अधिक उदाहरणे
 - सरावासाठी कृती
 - बहुपर्यायी प्रश्न
 - एका गुणाचे प्रश्न
- ☞ प्रश्नांची गुणांसहित मांडणी
- ☞ पुस्तकाच्या शेवटी अंतर्भूत बाबी:
 - आव्हानात्मक प्रश्नांच्या अधिकाधिक सरावाकरिता स्वतंत्र पाठाचा समावेश
 - झटपट उजळणीकरता महत्त्वाची सूत्रे हा स्वतंत्र पाठ अंतर्भूत
- ☞ समग्र अभ्यासाकरिता समाविष्ट केलेली वैशिष्ट्ये:
 - स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरणे
 - पडताळा
- ☞ जुलै २०२३ पर्यंतच्या बोर्ड परीक्षांमध्ये विचारलेल्या निवडक प्रश्नांचा उत्तरांसहित समावेश
- ☞ मार्च २०२४ ची बोर्डाची प्रश्नपत्रिका समाविष्ट (Q.R. Code द्वारा उत्तरपत्रिका उपलब्ध)

Printed at: **Jasmine Art Printers Pvt. Ltd.**, Navi Mumbai

© Lazy Bone Education

No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, C.D. ROM/Audio Video Cassettes or electronic, mechanical including photocopying; recording or by any information storage and retrieval system without permission in writing from the Publisher.

प्रस्तावना

इयत्ता दहावीच्या गणित भाग – I या विषयाचे दिलेल्या अभ्यासक्रमातील संपूर्ण गणिती संकल्पना स्पष्ट करणारे व सुटसुटीत मांडणी असलेले पुस्तक तयार करणे हा आमच्यासाठी एक आनंददायी आणि सर्जनशील अनुभव होता. ज्ञानरचनावादी अभ्यासक्रम आणि अद्ययावत प्रश्नपत्रिका आराखडा यांवर आधारित उत्तम असे अभ्यासपूरक साहित्य विद्यार्थ्यांना उपलब्ध करून देणे हा या पुस्तक निर्मितीमागील मुख्य उद्देश आहे.

गणित भाग – I या पुस्तकात दोन चलांतील रेषीय समीकरणे, वर्गसमीकरणे, अंकगणिती श्रेढी, अर्थनियोजन, संभाव्यता आणि सांख्यिकी या घटकांचा अभ्यास करावयाचा आहे. या घटकांच्या अभ्यासासाठी त्यासंबंधित संकल्पना, परिभाषा आणि सूत्रांचे सखोल आकलन होणे आवश्यक आहे, म्हणूनच अध्ययन सोपे करण्यासाठी आणि विद्यार्थ्यांचा आत्मविश्वास उंचावण्यासाठी व्यापक दृष्टिकोनातून तयार केलेले लेडी बोन एज्युकेशनचे PRECISE गणित भाग- I: इयत्ता दहावी हे परिपूर्ण मार्गदर्शक आपल्या हाती देताना आम्हांला आनंद होत आहे.

या पुस्तकात विविध प्रश्नप्रकारांचा समावेश केला आहे; या प्रश्नप्रकारांमुळे विद्यार्थ्यांच्या गणितविषयक संकल्पना दृढ होण्यास मदत होईल. विद्यार्थ्यांचा परीक्षेच्या दृष्टीने अधिक चांगल्या प्रकारे सराव व्हावा यासाठी जुलै २०२३ पर्यंतच्या बोर्ड प्रश्नपत्रिकेतील निवडक प्रश्न समाविष्ट करण्यात आले आहेत. प्रश्नपत्रिकेच्या आराखड्यानुसार विविध प्रश्नांसाठी निश्चित केलेले गुण त्या प्रश्नांसमोर दिलेले आहेत. तथापि, हे गुण सूचक असून महाराष्ट्र राज्य मंडळाच्या निर्णयानुसार बदलू शकतात. परीक्षेत कशाप्रकारे प्रश्न विचारले जातात ते लक्षात यावे यासाठी मार्च २०२४ या बोर्ड प्रश्नपत्रिकेचा या पुस्तकात समावेश करण्यात आला आहे.

या पुस्तकाचे अंतरंग उलगडणारी काही ठळक वैशिष्ट्ये पुढील पानावर देण्यात आली आहेत. ही वैशिष्ट्ये पुस्तकातील वैविध्यपूर्ण घटकांशी विद्यार्थ्यांचा परिचय घडवून आणतील. या वैशिष्ट्यांमुळे पुस्तकाचा आराखडा समजून घेण्यास विद्यार्थ्यांना मदत होईल. परिणामी, अध्ययनास योग्य दिशा मिळून पुस्तकाचा अधिकाधिक फायदा करून घेणे विद्यार्थ्यांना सहज शक्य होईल.

हे पुस्तक परिपूर्ण करण्यासाठी आम्ही सर्वतोपरी प्रयत्न केले आहेत, तरी पुस्तक अधिकाधिक उत्कृष्ट व्हावे, यासाठी आपल्या सूचना स्वागतार्ह आहेत. याकरिता आपला अभिप्राय support@lazybone.in या ई-मेल पत्त्यावर पाठवावा ही नम्र विनंती.

अभिनव अभ्यासासाठी विद्यार्थ्यांना खूप शुभेच्छा!

प्रकाशक

आवृत्ती: चौथी

Disclaimer

This reference book is transformative work based on 'गणित भाग - I' published by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. We the publishers are making this reference book which constitutes as fair use of textual contents which are transformed by adding and elaborating, with a view to simplify the same to enable the students to understand, memorize and reproduce the same in examinations.

This work is purely inspired upon the course work as prescribed by the Maharashtra State Bureau of Textbook Production and Curriculum Research, Pune. Every care has been taken in the publication of this reference book by the Authors while creating the contents. The Authors and the Publishers shall not be responsible for any loss or damages caused to any person on account of errors or omissions which might have crept in or disagreement of any third party on the point of view expressed in the reference book.

© reserved with the Publisher for all the contents created by our Authors.

No copyright is claimed in the textual contents which are presented as part of fair dealing with a view to provide best supplementary study material for the benefit of students.

अद्वययावत प्रश्नपत्रिका आराखडा

विद्यार्थ्यांना परीक्षेचे स्वरूप समजण्याकरता प्रश्नपत्रिकेचा अद्वययावत आराखडा देण्यात आला आहे.

स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरण

स्पष्टीकरणासहित सोडवलेली उदाहरणे प्रश्न सोडवण्याकरता आवश्यक सखोल दृष्टिकोन मिळवून देतात.

पडताळा

आपले उत्तर तपासण्याकरता 'पडताळा' हे एक उत्तम तंत्र आहे. प्रश्नाच्या उत्तराची अचूकता पडताळण्याकरता हा आमचा एक लहानसा प्रयत्न आहे. 'पडताळा' ✓ या चिन्हाने दर्शवण्यात आला आहे.

एका गुणाचे प्रश्न

प्रकार A: लहान उकली किंवा गणिती संकल्पनांचे थेट उपयोजन असलेल्या बहुपर्यायी प्रश्नांचा समावेश यात करण्यात आला आहे.

प्रकार B: यामध्ये गणिती संकल्पनांच्या थेट उपयोजनासह संक्षिप्त उकली असणाऱ्या प्रश्नांचा समावेश करण्यात आला आहे.

आव्हानात्मक प्रश्न

बोर्डाच्या परीक्षेतील आव्हानात्मक प्रश्नांच्या गुणांमधील वाढ लक्षात घेता त्यांचा अधिकाधिक सराव गरजेचा आहे. त्यासाठी 'आव्हानात्मक प्रश्नांचा' एक स्वतंत्र विभाग देण्यात आला आहे.

ठळक वैशिष्ट्ये

सरावासाठी कृती

नवीन प्रश्नपत्रिका आराखड्यावर आधारित विविध कृतींच्या सरावाकरता या विभागाचा समावेश केला आहे.

महत्त्वाची सूत्रे

सर्व पाठांमध्ये आलेली सूत्रे एकत्रितपणे 'महत्त्वाची सूत्रे' या शीर्षकांतर्गत पुस्तकाच्या शेवटी देण्यात आली आहेत. याद्वारे विद्यार्थ्यांना प्रश्न सोडवण्याकरता एक सुलभ साधन उपलब्ध होऊन परीक्षा तोंडावर असताना झटपट उजळणी करणे सहज शक्य होईल.

सरावासाठी अधिक उदाहरणे

'सरावासाठी अधिक उदाहरणे' या विभागात सरावाकरता विद्यार्थ्यांना भरपूर प्रमाणात प्रश्न उपलब्ध करून दिले आहेत. पाठ्यपुस्तकातील सोडवून दिलेली उदाहरणे '+' या चिन्हाने दर्शवली आहेत.

प्रश्नपत्रिका

बोर्डाच्या प्रश्नपत्रिकेचे स्वरूप लक्षात यावे याकरिता मार्च २०२४ ची बोर्डाची प्रश्नपत्रिका यात समाविष्ट करण्यात आली आहे.

बोर्डाचे प्रश्न

बोर्डाच्या परीक्षेमध्ये कशाप्रकारचे प्रश्न विचारले जातात हे समजण्याकरिता जुलै २०२३ पर्यंत बोर्डाच्या परीक्षांमध्ये विचारण्यात आलेल्या निवडक प्रश्नांचा अंतर्भाव करण्यात आला आहे.

Q. R. Code

मार्च २०२४ च्या बोर्डाच्या प्रश्नपत्रिकेची उत्तरपत्रिका Q.R. Code च्या माध्यमातून देण्यात आली आहेत.

मूल्यमापन योजना

2019 - 2020 व त्या पुढील परीक्षांसाठी

गणित - भाग I	40 गुण	लेखी परीक्षा	वेळ: 2 तास
गणित - भाग II	40 गुण	लेखी परीक्षा	वेळ: 2 तास
अंतर्गत मूल्यमापन	20 गुण		
एकूण	100 गुण		

अंतर्गत मूल्यमापन योजना खालीलप्रमाणे राहिल:

- 2 गृहपाठ कृती [एक गणित भाग – I वर आधारित व एक गणित भाग – II वर आधारित (प्रत्येकी 5 गुण) – 10 गुण]
- प्रात्यक्षिक परीक्षा/ बहुपर्यायी प्रश्न (गणित भाग - I साठी 10 गुणांची आणि गणित भाग - II साठी 10 गुणांची) घेऊन त्या परीक्षांतील 20 गुणांचे रूपांतर 10 गुणांत करावे.

प्रश्नपत्रिकेचा आराखडा

प्रश्न क्रमांक	प्रश्नांचे स्वरूप	गुण	विकल्पांसह गुण
1.	(A) 4 पैकी 4 बहुपर्यायी प्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 1 गुणाचे प्रश्न)	04	04
	(B) 4 पैकी 4 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 1 गुणाचे प्रश्न)	04	04
2.	(A) उपप्रश्नांवर आधारित 3 पैकी 2 कृती करा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	04	06
	(B) 5 पैकी कोणतेही 4 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 2 गुणांचे प्रश्न)	08	10
3.	(A) उपप्रश्नांवर आधारित 2 पैकी 1 कृती करा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	03	06
	(B) 4 पैकी कोणतेही 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	06	12
4.	3 पैकी कोणतेही 2 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 4 गुणांचे प्रश्न) [पाठ्यपुस्तकाबाहेरील प्रश्न]	08	12
5.	2 पैकी कोणताही 1 उपप्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुणांचे प्रश्न)	03	06
	एकूण गुण	40	60

प्रश्नपत्रिकेतील गुणांची प्रश्नांच्या काठिण्यपातळीनुसार व उद्दिष्टानुसार गुणविभागणी खालीलप्रमाणे राहिल.

प्रश्नांच्या काठिण्यपातळीनुसार गुणविभागणी	
सोपे प्रश्न	40%
मध्यम प्रश्न	40%
कठीण प्रश्न	20%

उद्दिष्टे	गणित भाग – I
ज्ञान	20%
आकलन	30%
उपयोजन	40%
कौशल्य	10%

प्रकरणनिहाय गुणविभागणी

अनु. क्र	प्रकरण	विकल्पांसहित गुण
1	दोन चलांतील रेषीय समीकरणे	12
2	वर्गसमीकरणे	12
3	अंकगणिती श्रेढी	08
4	अर्थनियोजन	08
5	संभाव्यता	08
6	सांख्यिकी	12
	एकूण	60

टीप: वरील सारणीत दिलेल्या प्रकरणनिहाय गुणविभागणीमध्ये जास्तीत जास्त 2 गुणांचा बदल करण्याचे स्वातंत्र्य राहिल.

अनुक्रमणिका

क्रमांक	प्रकरण	पृष्ठ क्र.
1	दोन चलांतील रेषीय समीकरणे	1
2	वर्गसमीकरणे	44
3	अंकगणिती श्रेढी	77
4	अर्थनियोजन	101
5	संभाव्यता	131
6	सांख्यिकी	149
•	आव्हानात्मक प्रश्न	207
•	महत्त्वाची सूत्रे	228
•	उत्तरे	230
	बोर्ड प्रश्नपत्रिका : मार्च २०२४ (Q. R. Code द्वारा उत्तरपत्रिका उपलब्ध.)	239

टीप: पाठ्यपुस्तकातील सोडवलेली उदाहरणे “+” या चिन्हाने दर्शवली आहेत.

पडताळा ✓ या चिन्हाने दर्शवला आहे.

पाठातील प्रश्न आणि कृती/उपक्रम “#” या चिन्हाने दर्शवले आहेत.

बोर्डाच्या परीक्षेला आत्मविश्वासाने सामोरे जाण्यासाठी नमुना प्रश्नपत्रिका सोडवणे हा एक उत्तम मार्ग आहे. शेजारील Q. R. Code कोड स्कॅन करून आमच्या “SSC 54 प्रश्नपत्रिका व कृतिपत्रिका उत्तरपत्रिकांसहित” याविषयी जाणून घ्या.



शेवटच्या क्षणी संपूर्ण पुस्तकाचा अभ्यास करणे अवघड वाटते का?

आमच्या “Important Question Bank (IQB)” या पुस्तकातून महत्त्वाच्या प्रश्नांची झटपट उजळणी करा. अधिक माहितीकरिता पुढील Q. R. Code स्कॅन करा.



Sample Content

[टीप: पाठातील प्रश्न आणि कृती/उपक्रम “#” या चिन्हाने दर्शविले आहेत.]



चला, शिकूया.

- दोन चलांतील रेषीय समीकरणे सोडवण्याच्या पद्धती – आलेख पद्धत, क्रमरची पद्धत.
- दोन चलांतील रेषीय समीकरणात रूपांतर करण्याजोगी समीकरणे.
- एकसामयिक समीकरणांचे उपयोजन.



जरा आठवूया

दोन चलांतील रेषीय समीकरण (Linear equation in two variables)

$ax + by + c = 0$ या समीकरणाला x व y या दोन चलांतील रेषीय समीकरण म्हणतात.

यामध्ये $a, b, c \in \mathbb{R}$ आणि $a \neq 0, b \neq 0$ असतात.

$ax + by + c = 0$ हे दोन चलांतील रेषीय समीकरणाचे सामान्यरूपही आहे.

उदा. i. $3x + 2y - 13 = 0$ ii. $5x - y - 14 = 0$

टीप: रेषीय समीकरणामध्ये दोन चले असतात व प्रत्येक पदाची कोटी 1 असते.

कृती: खालील सारणी पूर्ण करा.

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 1)

क्रमांक	समीकरण	दोन चलांतील रेषीय समीकरण आहे की नाही?	कारण
1	$4m + 3n = 12$	आहे	दोन चले, प्रत्येक चलाची कोटी 1 आहे.
2	$3x^2 - 7y = 13$	नाही	x या चलाची कोटी 2 आहे.
3	$\sqrt{2}x - \sqrt{5}y = 16$	आहे	दोन चले, प्रत्येक चलाची कोटी 1 आहे.
4	$0x + 6y - 3 = 0$	नाही	y हे एकच चल वापरले आहे.
5	$0.3x + 0y - 36 = 0$	नाही	x हे एकच चल वापरले आहे.
6	$\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 4$	नाही	चलांची कोटी -1 आहे.
7	$4xy - 5y - 8 = 0$	नाही	xy ची कोटी 2 आहे.

एकसामयिक रेषीय समीकरणे

(Simultaneous linear equations)

एकसामयिक रेषीय समीकरणे सोडवण्याच्या पद्धती:

चलाचा लोप करून:



स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरण

1. सोडवा: $4x - 5y = 172$; $5x - 4y = 251$

उकल:

$$4x - 5y = 172 \quad \dots(i)$$

$$5x - 4y = 251 \quad \dots(ii)$$

वरील उदाहरणात x व y चलांच्या सहगुणकांची अदलाबदल केली आहे. अशा समीकरणांची एकदा

बेरीज व एकदा वजाबाकी केली असता दोन सोपी समीकरणे मिळतात. ही दोन सोपी समीकरणे सोडवली असता, दिलेल्या समीकरणाची उकल मिळते.

i. समीकरण (i) व समीकरण (ii) ची बेरीज करून,

$$4x - 5y = 172$$

$$+ 5x - 4y = 251$$

$$9x - 9y = 423$$

$$\therefore x - y = \frac{423}{9} \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंना 9 ने भागून}]$$

$$\therefore x - y = 47 \quad \dots(iii)$$



ii. समीकरण (i) मधून समीकरण (ii) वजा करून,

$$\begin{array}{r} 4x - 5y = 172 \\ 5x - 4y = 251 \\ - \quad + \quad - \\ \hline -x - y = -79 \end{array}$$

$$\therefore x + y = 79 \quad \dots(\text{iv}) \text{ [दोन्ही बाजूंना } -1 \text{ ने गुणून]}$$

iii. समीकरण (iii) व समीकरण (iv) ची बेरीज करून,

$$\begin{array}{r} x - y = 47 \\ + \quad x + y = 79 \\ \hline 2x = 126 \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{126}{2} = 63$$

iv. $x = 63$ ही किंमत समीकरण (iv) मध्ये ठेवून,

$$\begin{array}{r} x + y = 79 \\ 63 + y = 79 \\ \hline y = 79 - 63 = 16 \end{array}$$

$$\therefore (x, y) = (63, 16) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.}$$

उदाहरण:

सोडवा: $3x + 2y = 29$; $5x - y = 18$

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 3)

उकल:

$3x + 2y = 29 \quad \dots(\text{i})$
 आणि $5x - y = 18 \quad \dots(\text{ii})$

दिलेली समीकरणे y या चलाचा लोप करून सोडवू.
 समीकरण (ii) ला 2 ने गुणून,

$5x \times 2 - y \times 2 = 18 \times 2$

$\therefore 10x - 2y = 36 \quad \dots(\text{iii})$

समीकरणे (i) मध्ये समीकरण (iii) मिळवू,

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 29 \\ + \quad 10x - 2y = 36 \\ \hline 13x = 65 \end{array}$$

$13x = 65$

$\therefore x = \frac{65}{13} = 5$

$x = 5$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$3x + 2y = 29$

$\therefore 3 \times 5 + 2y = 29$

$\therefore 15 + 2y = 29$

$\therefore 2y = 29 - 15$

$\therefore 2y = 14$

$\therefore y = \frac{14}{2} = 7$

$\therefore (x, y) = (5, 7) \text{ ही उकल आहे.}$

एका चलाची किंमत दुसऱ्या चलाच्या रूपात ठेवून:

स्पष्टीकरणासहित सोडवलेले उदाहरण

1. सोडवा: $3x + y = 14$, $2x - 3y = 2$

उकल:

i. $3x + y = 14$

$\therefore y = 14 - 3x \quad \dots(\text{i})$

$2x - 3y = 2 \quad \dots(\text{ii})$

ii. $y = 14 - 3x$ ही किंमत समीकरण (ii) मध्ये ठेवून,

$2x - 3(14 - 3x) = 2$

$\therefore 2x - 42 + 9x = 2$

$\therefore 2x + 9x = 2 + 42$

$\therefore 11x = 44$

$\therefore x = \frac{44}{11}$

$\therefore x = 4$

iii. $x = 4$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$y = 14 - 3(4)$

$\therefore y = 14 - 12$

$\therefore y = 2$

$\therefore (x, y) = (4, 2) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.}$



सरावसंच 1.1

1. खालील कृती पूर्ण करून एकसामयिक समीकरणे सोडवा. [3 गुण]

उकल:

$5x + 3y = 9 \quad \dots(\text{i})$

$2x - 3y = 12 \quad \dots(\text{ii})$

समीकरण (i) व समीकरण (ii) यांची बेरीज करू,

$5x + 3y = 9$

$+ 2x - 3y = 12$

$\hline 7x = 21$

$\therefore x = \frac{21}{7}$

$\therefore x = 3$

$x = 3$ समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$\therefore 5 \times 3 + 3y = 9$

$\therefore 3y = 9 - 15$

$\therefore 3y = -6$

$\therefore y = \frac{-6}{3}$

$\therefore y = -2$

$\therefore (x, y) = (3, -2) \text{ ही समीकरणाची उकल आहे.}$

✓2. खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

- i. $3a + 5b = 26; a + 5b = 22$ [2 गुण]
 ii. $x + 7y = 10; 3x - 2y = 7$ [2 गुण]
 iii. $2x - 3y = 9; 2x + y = 13$ [2 गुण]
 iv. $5m - 3n = 19; m - 6n = -7$ [2 गुण]
 v. $5x + 2y = -3; x + 5y = 4$ [2 गुण]
 vi. $\frac{1}{3}x + y = \frac{10}{3}; 2x + \frac{1}{4}y = \frac{11}{4}$ [3 गुण]
 vii. $99x + 101y = 499; 101x + 99y = 501$ [3 गुण]
 viii. $49x - 57y = 172; 57x - 49y = 252$ [3 गुण]

उकल:

- i. $3a + 5b = 26$... (i)
 $a + 5b = 22$... (ii)
 समीकरण (i) मधून समीकरण (ii) वजा करून,
 $3a + 5b = 26$
 $a + 5b = 22$
 $\underline{\quad\quad\quad}$
 $2a = 4$
 $\therefore a = \frac{4}{2} = 2$
 $a = 2$ ही किंमत समीकरण (ii) मध्ये ठेवून,
 $a + 5b = 22$
 $2 + 5b = 22$
 $\therefore 5b = 22 - 2$
 $\therefore 5b = 20$
 $\therefore b = \frac{20}{5} = 4$
 $\therefore (a, b) = (2, 4)$ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.

पडताळा

या प्रकारच्या समीकरणांमधील उत्तरे योग्य आहेत की नाही ते तपासण्याकरिता, दिलेल्या दोन चलांच्या (a, b) किमती त्या समीकरणात टाकाव्यात. डावी बाजू = उजवी बाजू, आल्यास आपले उत्तर योग्य असेल. येथे, $a = 2, b = 4$

डावी बाजू = $3a + 5b$	डावी बाजू = $a + 5b$
= $3(2) + 5(4)$	= $(2) + 5(4)$
= $6 + 20$	= $2 + 20$
= 26	= 22
= उजवी बाजू	= उजवी बाजू

$\therefore (2, 4)$ ही योग्य उकल आहे.

तुमचे उत्तर $a = 7, b = 1$ आहे असे मानू.

तर

डावी बाजू = $3a + 5b$	डावी बाजू = $a + 5b$
= $3(7) + 5(1)$	= $(7) + 5(1)$
= $21 + 5$	= $7 + 5$
= 26	= 12
= उजवी बाजू	\neq उजवी बाजू

येथे, उकल एका समीकरणाचे समाधान करते मात्र दुसऱ्या समीकरणाचे समाधान करत नाही. त्यामुळे, जर एका समीकरणाचे समाधान होत असेल व दुसऱ्या समीकरणाचे समाधान होत नसेल तर आपले उत्तर चूक आहे. आपले उत्तर योग्य आहे की अयोग्य हे पडताळण्यासाठी तुम्ही सर्व प्रकारच्या समीकरणांकरिता ही पद्धत वापरू शकता.

- ii. $x + 7y = 10$
 $\therefore x = 10 - 7y$... (i)
 $3x - 2y = 7$... (ii)
 $x = 10 - 7y$ ही किंमत समीकरण (ii) मध्ये ठेवून,
 $3(10 - 7y) - 2y = 7$
 $\therefore 30 - 21y - 2y = 7$
 $\therefore -23y = 7 - 30$
 $\therefore -23y = -23$
 $\therefore y = \frac{-23}{-23} = 1$
 $y = 1$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,
 $x = 10 - 7y$
 $= 10 - 7(1)$
 $= 10 - 7 = 3$
 $\therefore (x, y) = (3, 1)$ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.

- iii. $2x - 3y = 9$... (i)
 $2x + y = 13$... (ii)
 समीकरण (i) मधून समीकरण (ii) वजा करून,
 $2x - 3y = 9$
 $2x + y = 13$
 $\underline{\quad\quad\quad}$
 $-4y = -4$
 $\therefore y = \frac{-4}{-4} = 1$
 $y = 1$ ही किंमत समीकरण (ii) मध्ये ठेवून,
 $2x + y = 13$
 $2x + 1 = 13$
 $\therefore 2x = 12$
 $\therefore x = \frac{12}{2} = 6$
 $\therefore (x, y) = (6, 1)$ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.

- iv. $5m - 3n = 19$... (i)
 $m - 6n = -7$
 $\therefore m = 6n - 7$... (ii)
 $m = 6n - 7$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,
 $5(6n - 7) - 3n = 19$
 $\therefore 30n - 35 - 3n = 19$
 $\therefore 27n = 19 + 35$
 $\therefore 27n = 54$



$$\begin{aligned} \therefore n &= \frac{54}{27} = 2 \\ n &= 2 \text{ ही किंमत समीकरण (ii) मध्ये ठेवून,} \\ m &= 6n - 7 \\ &= 6(2) - 7 \\ &= 12 - 7 = 5 \\ \therefore (m, n) &= (5, 2) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक} \\ &\text{समीकरणांची उकल आहे.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{v. } 5x + 2y &= -3 \quad \dots(i) \\ x + 5y &= 4 \\ \therefore x &= 4 - 5y \quad \dots(ii) \\ x &= 4 - 5y \text{ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,} \\ 5(4 - 5y) + 2y &= -3 \\ \therefore 20 - 25y + 2y &= -3 \\ \therefore -23y &= -3 - 20 \\ \therefore -23y &= -23 \\ \therefore y &= \frac{-23}{-23} = 1 \\ y &= 1 \text{ ही किंमत समीकरण (ii) मध्ये ठेवून,} \\ x &= 4 - 5y \\ &= 4 - 5(1) \\ &= 4 - 5 = -1 \\ \therefore (x, y) &= (-1, 1) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक} \\ &\text{समीकरणांची उकल आहे.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vi. } \frac{1}{3}x + y &= \frac{10}{3} \\ \therefore x + 3y &= 10 \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंना 3 ने गुणून}] \\ \therefore x &= 10 - 3y \quad \dots(i) \\ 2x + \frac{1}{4}y &= \frac{11}{4} \\ \therefore 8x + y &= 11 \quad \dots(ii) [\text{दोन्ही बाजूंना 4 ने गुणून}] \\ x &= 10 - 3y \text{ ही किंमत समीकरण (ii) मध्ये ठेवून,} \\ 8(10 - 3y) + y &= 11 \\ \therefore 80 - 24y + y &= 11 \\ \therefore -23y &= 11 - 80 \\ \therefore -23y &= -69 \\ \therefore y &= \frac{-69}{-23} = 3 \\ y &= 3 \text{ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,} \\ x &= 10 - 3(3) \\ &= 10 - 9 = 1 \\ \therefore (x, y) &= (1, 3) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक} \\ &\text{समीकरणांची उकल आहे.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vii. } 99x + 101y &= 499 \quad \dots(i) \\ 101x + 99y &= 501 \quad \dots(ii) \\ \text{समीकरण (i) व समीकरण (ii) ची बेरीज करून,} \\ 99x + 101y &= 499 \\ + 101x + 99y &= 501 \\ \hline 200x + 200y &= 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x + y &= \frac{1000}{200} \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंना 200 ने भागून}] \\ \therefore x + y &= 5 \quad \dots(iii) \\ \text{समीकरण (i) मधून समीकरण (ii) वजा करून,} \\ 99x + 101y &= 499 \\ 101x + 99y &= 501 \\ \hline -2x + 2y &= -2 \\ \therefore x - y &= \frac{-2}{-2} \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंना -2 ने भागून}] \\ \therefore x - y &= 1 \quad \dots(iv) \\ \text{समीकरण (iii) व समीकरण (iv) ची बेरीज करून,} \\ x + y &= 5 \\ + x - y &= 1 \\ \hline 2x &= 6 \\ \therefore x &= \frac{6}{2} = 3 \\ x &= 3 \text{ ही किंमत समीकरण (iii) मध्ये ठेवून,} \\ x + y &= 5 \\ 3 + y &= 5 \\ \therefore y &= 5 - 3 = 2 \\ \therefore (x, y) &= (3, 2) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक} \\ &\text{समीकरणांची उकल आहे.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{viii. } 49x - 57y &= 172 \quad \dots(i) \\ 57x - 49y &= 252 \quad \dots(ii) \\ \text{समीकरण (i) व समीकरण (ii) ची बेरीज करून,} \\ 49x - 57y &= 172 \\ + 57x - 49y &= 252 \\ \hline 106x - 106y &= 424 \\ \therefore x - y &= \frac{424}{106} \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंना 106 ने भागून}] \\ \therefore x - y &= 4 \quad \dots(iii) \\ \text{समीकरण (i) मधून समीकरण (ii) वजा करून,} \\ 49x - 57y &= 172 \\ 57x - 49y &= 252 \\ \hline -8x - 8y &= -80 \\ \therefore x + y &= \frac{-80}{-8} \quad \dots[\text{दोन्ही बाजूंना -8 ने भागून}] \\ \therefore x + y &= 10 \quad \dots(iv) \\ \text{समीकरण (iii) व समीकरण (iv) ची बेरीज करून,} \\ x - y &= 4 \\ + x + y &= 10 \\ \hline 2x &= 14 \\ \therefore x &= \frac{14}{2} = 7 \\ x &= 7 \text{ ही किंमत समीकरण (iv) मध्ये ठेवून,} \\ x + y &= 10, \\ 7 + y &= 10 \\ \therefore y &= 10 - 7 = 3 \\ \therefore (x, y) &= (7, 3) \text{ ही दिलेल्या एकसामयिक} \\ &\text{समीकरणांची उकल आहे.} \end{aligned}$$

जरा आठवूया

दोन चलांतील रेखीय समीकरणाचा आलेख (Graph of a linear equation in two variables)

जी क्रमित जोडी दिलेल्या समीकरणाचे समाधान करते ती जोडी त्या समीकरणाची उकल असते. क्रमित जोडी त्या समीकरणाचा आलेखावरील एक बिंदू दर्शवते.

उदा.

$2x + y = 0$ या समीकरणाचा आलेख काढा.

उकल:

समीकरणाचा आलेख काढण्यासाठी चार क्रमित जोड्या मिळवू.

$$2x + y = 0$$

$$\therefore y = -2x$$

जेव्हा $x = 0$,

$$y = -2(0) \\ = 0$$

जेव्हा $x = -1$,

$$y = -2(-1) \\ = 2$$

जेव्हा $x = 1$,

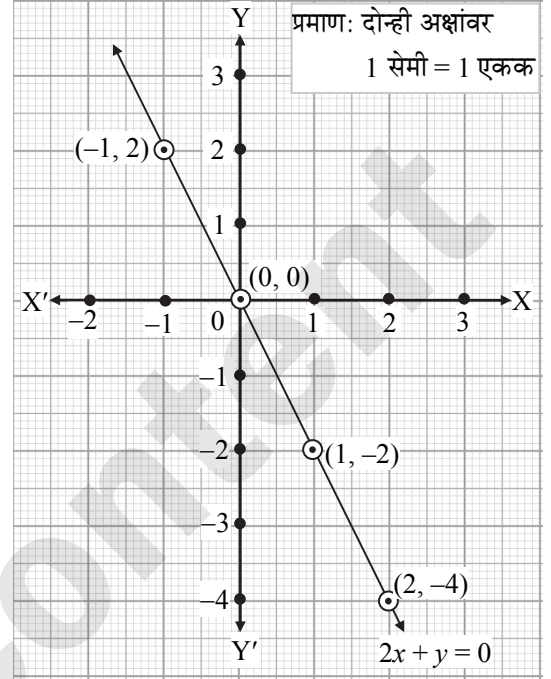
$$y = -2(1) \\ = -2$$

जेव्हा $x = 2$,

$$y = -2(2) \\ = -4$$

x	0	1	-1	2
y	0	-2	2	-4
(x, y)	(0, 0)	(1, -2)	(-1, 2)	(2, -4)

[टीप: क्रमित जोड्या सहजतेने मिळवण्यासाठी आधी $x = 0$ व नंतर $y = 0$ घ्या.]



जाणून घेऊया

आलेख पद्धत (Graphical method)

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ आणि $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ही दिलेली दोन समीकरणे असून त्या प्रत्येक समीकरणांच्या विविध उकली असतील. दोन्ही समीकरणांच्या आलेख असलेल्या या रेषा, परस्परांना ज्या बिंदूत छेदतात त्या बिंदूचे निर्देशक ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणाची उकल असते.

आलेख पद्धतीने एकसामयिक समीकरणे सोडवण्याच्या पायऱ्या:

पायरी 1 : प्रथम दिलेल्या समीकरणात y या चलाची किंमत x या चलाच्या रूपात पुन्हा लिहा.

पायरी 2 : x च्या कमीत कमी 4 किमती घेऊन सारणी तयार करा. दिलेल्या समीकरणांसाठी कमीत कमी 4 क्रमित जोड्या शोधा.

पायरी 3 : x ची किंमत y च्या स्वरूपातील पहिल्या समीकरणांमध्ये ठेवून, y च्या किमती काढा आणि सारणी पूर्ण करा.

पायरी 4 : सारणीतील शेवटच्या ओळीतील बिंदू आलेख कागदावर स्थापन करा आणि त्यांना जोडणारी रेषा काढा.

पायरी 5 : दुसऱ्या समीकरणासाठी पायरी (i) पासूनची प्रक्रिया पुन्हा करा. या दोन समीकरणांचा छेदनबिंदू स्थापित करा. हा त्यांचा छेदनबिंदू ही समीकरणाची उकल आहे.

कृती I: $x - y = 1$; $5x - 3y = 1$ ही एकसामयिक समीकरणे आलेख पद्धतीने सोडवण्यासाठी खाली दिलेल्या सारण्या पूर्ण करून निर्देशक मिळवा.

$$x - y = 1$$

$$5x - 3y = 1$$

x	0		3	
y		0		-3
(x, y)				

x	2			-4
y		8	-2	
(x, y)				

- एकाच निर्देशक पद्धतीवर वरील निर्देशकांनुसार बिंदू स्थापन करा.
- समीकरणांचे आलेख काढा.
- रेषांच्या छेदनबिंदूचे निर्देशक वाचा. त्यांवरून एकसामयिक समीकरणांची उकल लिहा.

(पाठ्यपुस्तक पृष्ठ क्र. 8)

उकल:

पायरी 1 : प्रथम दिलेल्या समीकरणात y या चलाची किंमत x या चलाच्या रूपात पुन्हा लिहा.

$$x - y = 1$$

$$y = x - 1$$

$$5x - 3y = 1$$

$$y = \frac{5x-1}{3}$$

पायरी 2 : x च्या कमीत कमी 4 किमती घेऊन सारणी तयार करा. दिलेल्या समीकरणांसाठी कमीत कमी 4 क्रमित जोड्या शोधा.

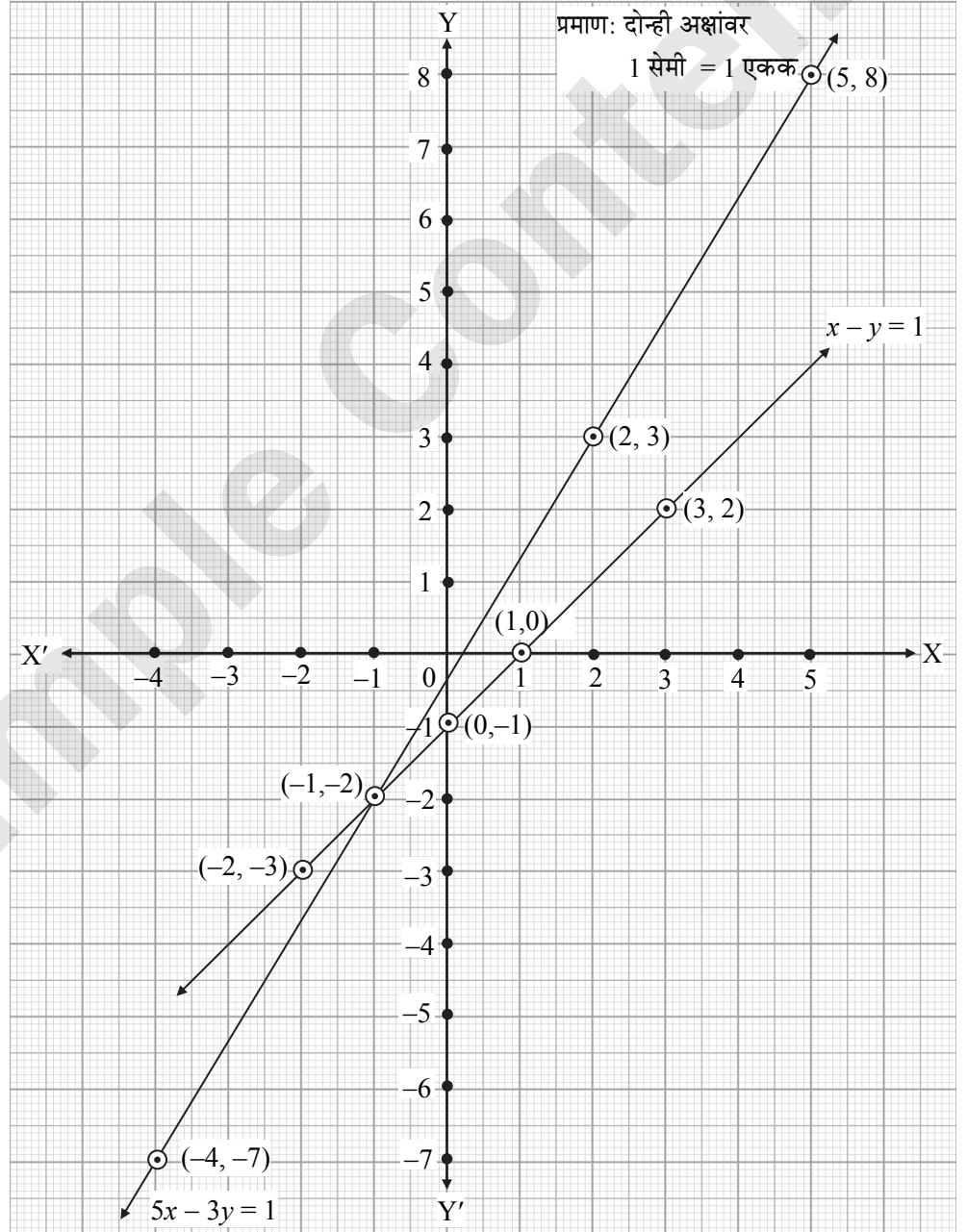
पायरी 3 : x ची किंमत y च्या स्वरूपातील पहिल्या समीकरणामध्ये ठेवून, y च्या किमती काढा आणि सारणी पूर्ण करा.

पायरी 4 : सारणीतील शेवटच्या ओळीतील बिंदू आलेख कागदावर स्थापन करा आणि त्यांना जोडणारी रेषा काढा.

x	0	1	3	-2
y	-1	0	2	-3
(x, y)	(0, -1)	(1, 0)	(3, 2)	(-2, -3)

x	2	5	-1	-4
y	3	8	-2	-7
(x, y)	(2, 3)	(5, 8)	(-1, -2)	(-4, -7)

पायरी 5 : दुसऱ्या समीकरणासाठी पायरी (i) पासूनची प्रक्रिया पुन्हा करा. या दोन समीकरणांचा छेदनबिंदू स्थापित करा. हा त्यांचा छेदनबिंदू ही समीकरणाची उकल आहे.



आलेख रेषांचा छेदनबिंदू $(-1, -2)$ आहे.

∴ दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल $(x, y) = (-1, -2)$ आहे.

Page no. **7** to **26** are purposely left blank.

To see complete chapter buy **Target Notes** or **Target E-Notes**

- ∴ 10 टन = 10000 किग्रॅ
दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार, A प्रकारच्या 150 पेट्या व B प्रकारच्या 100 पेट्या यांचे वजन 10 टन आहे.
- ∴ $150x + 100y = 10000$
∴ $3x + 2y = 200$... (i) [दोन्ही बाजूंना 50 ने भागून]
दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार, जर A प्रकारच्या 260 पेट्या भरल्या, तर तो ट्रक त्याच्या 10 टनांच्या पूर्ण क्षमतेने भरण्यास B प्रकारच्या 40 पेट्या लागतात,
- ∴ $260x + 40y = 10000$
∴ $13x + 2y = 500$... (ii) [दोन्ही बाजूंना 20 ने भागून]
समीकरण (ii) मधून समीकरण (i) वजा करून,
$$\begin{array}{r} 13x + 2y = 500 \\ 3x + 2y = 200 \\ \hline 10x = 300 \end{array}$$
- ∴ $x = \frac{300}{10} = 30$
 $x = 30$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवून,
 $3x + 2y = 200$
 $3(30) + 2y = 200$
∴ $90 + 2y = 200$
∴ $2y = 200 - 90$
∴ $2y = 110$
∴ $y = \frac{110}{2}$
∴ $y = 55$
∴ **A प्रकारच्या पेट्यांचे वजन 30 किग्रॅ व B प्रकारच्या पेट्यांचे वजन 55 किग्रॅ आहे.**

6. विशालने 1900 किमी प्रवासापैकी काही अंतर बसने, तर उरलेले अंतर विमानाने पूर्ण केले. बसचा सरासरी वेग 60 किमी दर तास आहे, तर विमानाचा सरासरी वेग 700 किमी/तास आहे. जर हा प्रवास त्याने 5 तासांत पूर्ण केला असेल, तर विशालने बसने किती किमी प्रवास केला? [4 गुण]

उकल:

समजा, विशालने बसने पूर्ण केलेले अंतर x किमी व विमानाने पूर्ण केलेले अंतर y किमी आहे.

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार, विशालने 1900 किमी प्रवासापैकी काही अंतर बसने, तर उरलेले अंतर विमानाने पूर्ण केले. त्यामुळे, पार केलेले एकूण अंतर 1900 किमी आहे.

∴ $x + y = 1900$... (i)

वेळ = $\frac{\text{अंतर}}{\text{वेग}}$

∴ बसने x किमी अंतर कापण्यास लागणारा वेळ = $\frac{x}{60}$ तास
विमानाने y किमी अंतर कापण्यास लागणारा वेळ = $\frac{y}{700}$ तास

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार, बसचा सरासरी वेग 60 किमी दर तास आहे, तर विमानाचा सरासरी वेग 700 किमी/तास आहे.

∴ $\frac{x}{60} + \frac{y}{700} = 5$

∴ $\frac{700x + 60y}{60 \times 700} = 5$

∴ $700x + 60y = 5 \times 60 \times 700$

∴ $70x + 6y = 21000$... (ii) [दोन्ही बाजूंना 10 ने भागून]
समीकरण (i) ला 6 ने गुणून,

$6x + 6y = 11400$... (iii)

समीकरण (ii) मधून समीकरण (iii) वजा करून,

$70x + 6y = 21000$

$6x + 6y = 11400$

$$\begin{array}{r} 70x + 6y = 21000 \\ 6x + 6y = 11400 \\ \hline 64x = 9600 \end{array}$$

$64x = 9600$

∴ $x = \frac{9600}{64}$

∴ $x = 150$

∴ विशालने बसने 150 किमी प्रवास केला.



संकीर्ण प्रश्नसंग्रह - 1

1. खालील प्रश्नांसाठी दिलेल्या पर्यायांपैकी अचूक पर्याय निवडा. [प्रत्येकी 1 गुण]
- i. $4x + 5y = 19$ चा आलेख काढण्यासाठी $x = 1$ असताना y ची किंमत किती? [नोव्हेंबर 2020, मार्च 2023]
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) -3
- ii. x व y ही चले असलेल्या एकसामयिक समीकरणासाठी जर $D_x = 49$, $D_y = -63$ व $D = 7$ असेल तर $x =$ किती? [मार्च 2020]
(A) 7 (B) -7 (C) $\frac{1}{7}$ (D) $-\frac{1}{7}$
- iii. $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -4 \end{vmatrix}$ या निश्चयकाची किंमत किती?
(A) -1 (B) -41 (C) 41 (D) 1
- iv. $x + y = 3$; $3x - 2y - 4 = 0$ ही एकसामयिक समीकरणे सोडवण्यासाठी D ची किंमत किती?
(A) 5 (B) 1 (C) -5 (D) -1

- v. $ax + by = c$ व $mx + ny = d$ या एकसामयिक समीकरणांमध्ये जर $an \neq bm$ तर दिलेल्या समीकरणांना-
- (A) एकच उकल असेल. (B) उकल नसेल.
 (C) असंख्य उकली असतील. (D) फक्त दोन उकली असतील.

उत्तरे:

- i. (B) ii. (A) iii. (D) iv. (C) v. (A)

2. $2x - 6y = 3$ या समीकरणाचा आलेख काढण्यासाठीची खालील सारणी पूर्ण करा.

[मार्च 2020] [2 गुण]

x	-5	<input type="text"/>
y	<input type="text"/>	0
(x, y)	<input type="text"/>	<input type="text"/>

उत्तर:

x	-5	$\frac{3}{2}$
y	$\frac{-13}{6}$	0
(x, y)	$(-5, \frac{-13}{6})$	$(\frac{3}{2}, 0)$

- ✓ 3. खालील एकसामयिक समीकरणे आलेख पद्धतीने सोडवा.

- i. $2x + 3y = 12; x - y = 1$ [3 गुण] ii. $x - 3y = 1; 3x - 2y + 4 = 0$ [3 गुण]
 iii. $5x - 6y + 30 = 0; 5x + 4y - 20 = 0$ [3 गुण] iv. $3x - y - 2 = 0; 2x + y = 8$ [3 गुण]
 v. $3x + y = 10; x - y = 2$ [3 गुण]

उकल:

- i. दिलेली एकसामयिक समीकरणे,

$$2x + 3y = 12$$

$$\therefore 3y = 12 - 2x$$

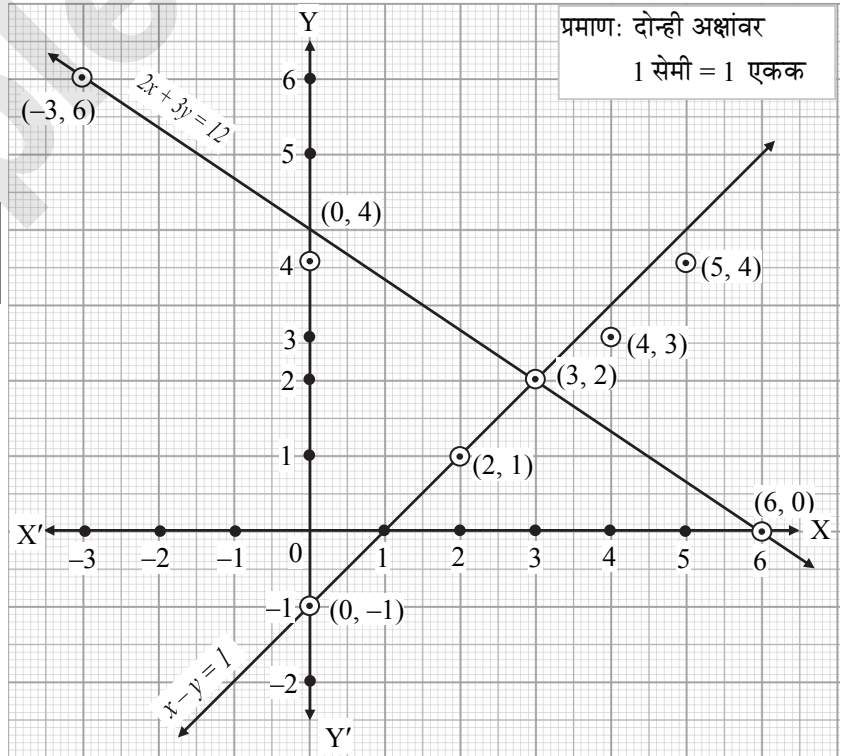
$$\therefore y = \frac{12 - 2x}{3}$$

x	0	6	3	-3
y	4	0	2	6
(x, y)	(0, 4)	(6, 0)	(3, 2)	(-3, 6)

$$x - y = 1$$

$$\therefore y = x - 1$$

x	0	2	4	5
y	-1	1	3	4
(x, y)	(0, -1)	(2, 1)	(4, 3)	(5, 4)



आलेख रेषांचा छेदनबिंदू (3, 2) हा आहे.

- $\therefore 2x + 3y = 12$ आणि $x - y = 1$ या एकसामयिक समीकरणांची उकल $x = 3$ आणि $y = 2$ आहे.

Page no. **29** to **39** are purposely left blank.

To see complete chapter buy **Target Notes** or **Target E-Notes**

सरावासाठी कृती

1. क्रेमरच्या पद्धतीने खालील कृती पूर्ण करून $4m - 2n = -4$ आणि $4m + 3n = 16$ ही एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

[2 गुण]

$$D = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = \square, D_m = \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ 16 & 3 \end{vmatrix} = 20,$$

$$D_n = \begin{vmatrix} 4 & -4 \\ 4 & 16 \end{vmatrix} = \square$$

$$m = \square, n = \square$$

2. निश्चयकाची किंमत काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करून लिहा. [मार्च 2022] [2 गुण]

कृती:

$$\begin{vmatrix} 2\sqrt{3} & 9 \\ 2 & 3\sqrt{3} \end{vmatrix} = 2\sqrt{3} \times \square - 9 \times \square$$

$$= \square - 18$$

$$= \square$$

3. खालील कृती पूर्ण करा व x ची किंमत काढा.

[मार्च 2023] [2 गुण]

$$5x + 3y = 9 \quad \dots(i)$$

$$2x - 3y = 12 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व समीकरण (ii) यांची बेरीज करून.

$$5x + 3y = 9$$

$$+ 2x - 3y = 12$$

$$7x = \square$$

$$x = \square$$

$$x = \square$$

$$x = \square$$

4. दुर्गा आणि हरी यांच्या वयाचे गुणोत्तर 5:7 आहे. आणखी आठ वर्षांनंतर त्यांच्या वयांचे गुणोत्तर 3:4 एवढे होईल. तर त्यांची आत्ताची वये किती? [3 गुण]

दुर्गाचे आणि हरीचे आताचे वय अनुक्रमे x वर्षे आणि y वर्षे मानू.

- ∴ दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार, दुर्गा आणि हरी यांच्या वयांचे गुणोत्तर 5 : 7 आहे.

$$\therefore \square = \frac{5}{7}$$

$$\therefore \square \dots(i)$$

आठ वर्षांनंतर,

$$\text{दुर्गाचे वय} = (x + 8) \text{ वर्षे}$$

$$\text{हरीचे वय} = (y + 8) \text{ वर्षे}$$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार, 8 वर्षांनंतर त्यांच्या वयांचे गुणोत्तर 3 : 4 असेल.

$$\therefore \frac{x+8}{y+8} = \square$$

$$\therefore \square \dots(ii)$$

समीकरण (i) ला 3 ने आणि समीकरण (ii) ला 5 ने गुणून,

$$21x - 15y = 0 \quad \dots(iii)$$

$$20x - 15y = -40 \quad \dots(iv)$$

समीकरण (iii) मधून समीकरण (iv) वजा करून

$$\text{दुर्गाचे आताचे वय} \square \text{ वर्षे आणि हरीचे आताचे}$$

$$\text{वय} \square \text{ वर्षे आहे.}$$

5. खालील समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीनुसार सोडवा.

$$-3x + 14y = 2$$

$$4x - 14y = 2$$

[3 गुण]

दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$$-3x + 14y = 2 \quad \dots(i)$$

$$4x - 14y = 2 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) आणि (ii) हे $ax + by = c$ च्या रूपात आहेत. समीकरणाची $a_1x + b_1y = c_1$ आणि $a_2x + b_2y = c_2$ सोबत तुलना करून

$$a_1 = \square, b_1 = 14, c_1 = 2, a_2 = 4, b_2 = -14, c_2 = 2$$

$$\therefore D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 14 \\ 4 & -14 \end{vmatrix}$$

$$= (-3)(-14) - (4)(14) = -14$$

$$\therefore Dx = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = \square$$

$$\therefore Dy = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = \square$$

क्रेमरच्या पद्धतीनुसार,

$$x = \frac{\square}{D} = \square$$

$$y = \frac{Dy}{D} = \square$$

एका गुणाचे प्रश्न

प्रकार A: बहुपर्यायी प्रश्न

- खालील समीकरणे दोन चलांतील रेषीय समीकरणे आहेत की नाही ते ओळखा.
(A) $\sqrt{3}x + \sqrt{5}y = 10$ (B) $5x - 0y - 14 = 0$
(C) $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 4$ (D) $3x^2 - 7y = 13$
- जर $x - y = 10$ आणि $x = 2y$, तर _____
(A) $x = 20, y = 20$ (B) $x = 20, y = 10$
(C) $x = 20, y = 0$ (D) $x = -20, y = 10$
- जर $15x + 12y = 9$ आणि $12x + 15y = 6$ असेल, तर $x - y =$ _____
(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2
- जर $x = a, y = b$ ही $x - y = 2$ आणि $x + y = 4$, या समीकरणांची उकल असेल, तर a आणि b ची किंमत अनुक्रमे _____ असेल.
(A) 3 आणि 5 (B) 5 आणि 3
(C) 3 आणि 1 (D) -1 आणि -3
- जर $3x + 5y = 4$ आणि $y = \frac{x}{5}$ असेल, तर $x =$ _____
(A) 1 (B) -5 (C) 5 (D) -1
- $2x + 3y = 12$ आणि Y अक्ष या रेषांचा छेदनबिंदू _____ आहे.
(A) (0, 3) (B) (0, 4)
(C) (3, 0) (D) (4, 0)
- $4x - 2y = 0$ या समीकरणाची उकल (k, 5) असल्यास 'k' ची किंमत काय?
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{-5}{2}$
- $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -4 \end{vmatrix}$ ची किंमत काढा. [जुलै 2019]
(A) -1 (B) -41 (C) 41 (D) 1
- जर निश्चयांक $\begin{vmatrix} -3 & m \\ -5 & -4 \end{vmatrix}$ ची किंमत -18 आहे, तर m ची किंमत _____ आहे.
(A) 3 (B) -3 (C) 6 (D) -6
- x व y चले असलेल्या एकसामयिक समीकरणासाठी जर $D_x = 49, D_y = -63$ व $D = 7$, तर y किती?
[मार्च 2022]
(A) 9 (B) 7 (C) -7 (D) -9

- $3x - 8y = 5$ आणि $x + 2y = 1$ या एकसामयिक समीकरणांसाठी _____
(A) $D_x = 18, D_y = -2$. (B) $D_x = 10, D_y = -2$.
(C) $D_x = 18, D_y = 10$. (D) $D_x = -18, D_y = 2$.
- खालील माहिती गणितीय स्वरूपात मांडा.
y या लहान संख्येची दुप्पट x या मोठ्या संख्येच्या दुपटीत मिळवली असता बेरीज 12 येते.
(A) $2x + y = 12$ (B) $x - 2y = 12$
(C) $x + 2y = 12$ (D) $2y - x = 12$
- दोन संख्यांची बेरीज 35 असून त्यांच्यातील फरक 13 आहे, तर त्या दोन संख्या _____ आहेत.
(A) 23 व 12 (B) 24 व 11
(C) 25 व 12 (D) 21 व 14

प्रकार B: खालील प्रश्न सोडवा.

- जर $7x - 5y = -1$ आणि $5x - 7y = -11$ असेल, तर $x - y$ शोधा.
- $4x + 5y = 19$ चा आलेख काढण्यासाठी $x = 1$ असताना 'y' ची किंमत किती? [मार्च 2022]
- जर $\begin{vmatrix} x & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ असेल, तर x काढा.
- दोन चलांचा वापर करून खालील माहिती गणितीय स्वरूपात मांडा:
'दोन टेबल व पाच खुर्च्यांची किंमत ₹ 2,200 आहे.'
- x व y चलांतील एकसामयिक समीकरणांसाठी, जर $D_x = 25, D_y = 40$ व $D = 5$ असेल, तर x ची किंमत काढा.
[नोव्हेंबर 2020]
- दिलेल्या निश्चयकांच्या किंमती काढा. $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$
- x व y चलांतील एकसामयिक समीकरणांसाठी, जर $y = 5, D_y = 40$, तर D शोधा.
- $x - 4y = 20$ आणि y अक्ष या रेषांचा छेदनबिंदू काढा.
- जर $15x + 17y = 21$ आणि $17x + 15y = 11$ तर $x + y$ ची किंमत काढा. [मार्च 2020, जुलै 2023]
- जर $2x + 3y = 14$ व $y = 4x$, तर $x = ?$

सरावासाठी अधिक उदाहरणे

सरावसंच 1.1 वर आधारित:

1. खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.
 - i. $x + y = 4; 2x - y = 2$ [मार्च 2023][2 गुण]
 - ii. $x + y = 6; x - y = 4$ [जुलै 2023][2 गुण]
 - +iii. $5x - 3y = 8; 3x + y = 2$ [2 गुण]
 - iv. $8x - 3y = 1; 34x - 3y = 14$ [2 गुण]
 - v. $2x + y = 10; 3x + 4y = 25$ [2 गुण]
 - vi. $4x + 3y = 11; 3x + 4y = 10$ [जुलै 2019][2 गुण]
 - vii. $4x + \frac{y}{3} = \frac{8}{3}; \frac{x}{2} + \frac{3y}{4} = -\frac{5}{2}$ [3 गुण]
 - +viii. $15x + 17y = 21; 17x + 15y = 11$ [3 गुण]
 - ix. $49x + 51y = 499; 51x + 49y = 501$ [3 गुण]
2. खालील एकसामयिक समीकरणांसाठी $(x + y)$ व $(x - y)$ च्या किमती काढा.

$$49x - 57y = 172$$

$$57x - 49y = 252$$
 [मार्च 2022][2 गुण]

सरावसंच 1.2 वर आधारित:

- +1. $2x - y = 4$ या समीकरणाचा आलेख काढा. [2 गुण]
2. खालील एकसामयिक समीकरणे आलेख पद्धतीने सोडवा.
 - +i. $x + y = 4; 2x - y$ [3 गुण]
 - ii. $x + y = 5; x - y = 1$ [नोव्हेंबर 2020][3 गुण]
 - iii. $4x = y - 5; y = 2x + 1$ [ऑक्टोबर 2013][3 गुण]
 - iv. $x + y = 0; 2x - y = 9$ [मार्च 2019][3 गुण]
 - v. $x + y = 2; x - y = 4$ [जुलै 2019][3 गुण]
 - vi. $x + 3y = 7; 2x + y = -1$ [मार्च 2022][4 गुण]
 - vii. $2x + y = 6; 3x + 4y = 4$ [4 गुण]
 - viii. $3x + 4y + 5 = 0; x - y = -4$ [4 गुण]

सरावसंच 1.3 वर आधारित:

1. खालील निश्चयकांच्या किमती काढा. [प्रत्येकी 1 गुण]
 - i. $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$ +ii. $A = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$
 - +iii. $N = \begin{vmatrix} -8 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ iii. $N = \begin{vmatrix} -8 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$
 - iv. $\begin{vmatrix} -3 & 8 \\ 6 & 0 \end{vmatrix}$ [जुलै 2017] +v. $B = \begin{vmatrix} 2\sqrt{3} & 9 \\ 2 & 3\sqrt{3} \end{vmatrix}$
2. जर $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ m & 3 \end{vmatrix} = 22$, तर m ची किंमत काढा. [जुलै 2019][2 गुण]

3. खालील एकसामयिक समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीप्रमाणे सोडवण्यासाठी D_x आणि D_y काढा.

$$3x - y = 7; x + 4y = 11.$$
 [जुलै 2017][2 गुण]
4. खालील एकसामयिक समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीने सोडवण्यासाठी D_x आणि D_y च्या किमती काढा.

$$3x + 5y = 26$$

$$x + 5y = 22$$
 [मार्च 2022][2 गुण]
5. खालील एकसामयिक समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीनुसार सोडवा. [प्रत्येकी 3 गुण]
 - i. $x + y = 10; x - y = 2$ [मार्च 2013]
 - ii. $3x - y = 7; x + 4y = 11$ [मार्च 2012, 2014, 2017]
 - iii. $y = 2x - 19; 2x - 3y + 3 = 0$
 - +iv. $5x + 3y = -11; 2x + 4y = -10$
 - v. $y = \frac{5x - 10}{2}; 4x + y = -5$
 - vi. $4x + 3y = 18; 3x - 2y = 5$ [मार्च 2018]

सरावसंच 1.4 वर आधारित:

1. खालील एकसामयिक समीकरणे आलेखाच्या साहाय्याने सोडवा. [प्रत्येकी 4 गुण]
 - +i. $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 7; \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5$
 - ii. $\frac{1}{3x} - \frac{1}{4y} + 1 = 0; \frac{1}{5x} + \frac{1}{2y} = \frac{4}{15}$ [मार्च 2017]
 - iii. $\frac{6x + 3y}{xy} = 6; \frac{2x + 4y}{xy} = 5$
 - iv. $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2; \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$
 - +v. $\frac{4}{x-y} + \frac{1}{x+y} = 3; \frac{2}{x-y} - \frac{3}{x+y} = 5$
 - vi. $\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4; \frac{5}{x+y} - \frac{5}{3(x-y)} = \frac{-2}{3}$ [मार्च 2013]
 - vii. $\frac{2}{3x+2y} + \frac{3}{3x-2y} = \frac{17}{5}; \frac{5}{3x+2y} + \frac{1}{3x-2y} = 2$

सरावसंच 1.5 वर आधारित:

1. दोन संख्यांमधील फरक 3 असून मोठी संख्या आणि लहान संख्येची दुप्पट यांची बेरीज 15 आहे, तर लहान संख्या शोधा. **[मार्च 2019] [2 गुण]**
2. दोन संख्यांची बेरीज 7 असून त्यांच्यातील फरक 5 आहे, तर त्या संख्या शोधा. **[नोव्हेंबर 2020] [2 गुण]**
3. दोन संख्यांमध्ये 30 चा फरक आहे. मोठ्या संख्येची दुप्पट ही लहान संख्येच्या 7 पटीपेक्षा 5 ने कमी आहे; तर त्या संख्या शोधा. **[3 गुण]**
- +4. एका आयताची परिमिती 40 सेमी आहे. आयताची लांबी ही रुंदीच्या दुपटीपेक्षा 2 सेमीने जास्त आहे, तर आयताची लांबी व रुंदी काढा. **[3 गुण]**
5. एका समद्विभुज त्रिकोणाची परिमिती 30 सेमी आहे. एकरूप बाजूची लांबी ही पायापेक्षा 3 सेमीने जास्त आहे, तर प्रत्येक बाजूची लांबी काढा. **[मार्च 2013][3 गुण]**
6. नाटकाच्या तिकीट विक्रीच्या पहिल्या दिवशी एकूण 35 तिकीटे विकली गेली. जर तिकीटाचे दर ₹ 20 व ₹ 40 प्रति तिकीट असतील आणि एकूण ₹ 900 रक्कम जमा झाली, तर प्रत्येक दराची एकूण किती तिकीटे विकली गेली? **[मार्च 2015][3 गुण]**
- +7.

सेल ! सेल ! सेल !!! फक्त दोनच दिवस

माझ्याकडे काही काटे असलेली आणि काही डिजिटल घड्याळे आहेत. ती मी सवलतीच्या दरात विकणार आहे.

पहिल्या दिवसाची विक्री
काटे असलेली घड्याळे = 11
डिजिटल घड्याळे = 6
मला मिळाले = ₹ 4330

दुसऱ्या दिवसाची विक्री
काटे असलेली घड्याळे = 22
डिजिटल घड्याळे = 5
मला मिळाले = ₹ 7330

तर मी विकलेल्या प्रत्येक प्रकारच्या घड्याळाची किंमत किती?

[4 गुण]

- +8. काही रक्कम काही मुलांना सारखी वाटली. जर 10 मुले जास्त असती, तर प्रत्येकास 2 रुपये कमी मिळाले असते आणि जर 15 मुले कमी असती, तर प्रत्येकी 6 रुपये जास्त मिळाले असते, तर एकूण रक्कम किती होती? ती रक्कम किती मुलांना वाटली? **[4 गुण]**
9. शाळेतील विद्यार्थ्यांना कवायतीसाठी रांगांमध्ये उभे करण्यात आले होते. जर प्रत्येक रांगेमध्ये 3 विद्यार्थी कमी उभे केले असते, तर 10 रांगा जास्त कराव्या लागल्या असत्या आणि जर प्रत्येक रांगेमध्ये 5 विद्यार्थी जास्त उभे केले असते, तर 10 रांगा कमी कराव्या लागल्या असत्या, तर कवायतीसाठी एकूण किती विद्यार्थ्यांनी सहभाग घेतला होता? **[जुलै 2015] [4 गुण]**

+10.



एक नाव 6 तासांत
प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने
16 किमी व प्रवाहाच्या
दिशेने 24 किमी जाते.

तीच नाव 13 तासांत
प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने
36 किमी आणि प्रवाहाच्या
दिशेने 48 किमी जाते.

सांगा बरे! नावेचा संध पाण्यातील वेग व
प्रवाहाचा वेग किती?

[4 गुण]

- +11. एक तीन अंकी संख्या तिच्या अंकांच्या बेरजेच्या 17 पट आहे. त्या संख्येत 198 मिळवल्यास तेच अंक उलट्या क्रमाने असलेली संख्या मिळते, तसेच एकक व शतक स्थानच्या अंकांची बेरीज ही मधल्या अंकापेक्षा 1 ने कमी आहे, तर ती तीन अंकी संख्या शोधा.

[मार्च 2016, जुलै 2016, 2017][4 गुण]



AVAILABLE NOTES FOR STD. X:

(Eng., Mar. & Semi Eng. Med.)

PERFECT SERIES

- English Kumarbharati
- मराठी अक्षरभारती
- हिंदी लोकभारती
- हिंदी लोकवाणी
- आमोद: सम्पूर्ण-संस्कृतम्
- आनन्द: संयुक्त-संस्कृतम्
- History and Political Science
- Geography
- Mathematics (Part - I)
- Mathematics (Part - II)
- Science and Technology (Part - 1)
- Science and Technology (Part - 2)

PRECISE SERIES

- Science and Technology (Part - 1)
- Science and Technology (Part - 2)
- History, Political Science and Geography

PRECISE SERIES

- My English Coursebook
- मराठी कुमारभारती
- इतिहास व राज्यशास्त्र
- भूगोल
- गणित (भाग - I)
- गणित (भाग - II)
- विज्ञान आणि तंत्रज्ञान (भाग - १)
- विज्ञान आणि तंत्रज्ञान (भाग - २)

WORKBOOK

- English Kumarbharati
- मराठी अक्षरभारती
- हिंदी लोकभारती
- Mathematics (Part - I)
- Mathematics (Part - II)
- My English Coursebook
- मराठी कुमारभारती

Additional Titles: (Eng., Mar. & Semi Eng. Med.)

- ▶ Grammar & Writing Skills Books (Std. X)
 - Marathi • Hindi • English
- ▶ Hindi Grammar Worksheets
- ▶ 3 in 1 Writing Skills
 - English (HL) • Hindi (LL) • Marathi (LL)
- ▶ 3 in 1 Grammar (Language Study) & Vocabulary
 - English (HL) • Hindi (LL) • Marathi (LL)
- ▶ SSC 54 Question Papers & Activity Sheets With Solutions
- ▶ आमोद: (सम्पूर्ण-संस्कृतम्) –
SSC 11 Activity Sheets With Solutions
- ▶ हिंदी लोकवाणी (संयुक्त), संस्कृत-आनन्द: (संयुक्तम्) –
SSC 12 Activity Sheets With Solutions
- ▶ IQB (Important Question Bank)
- ▶ Mathematics Challenging Questions
- ▶ Geography Map & Graph Practice Book
- ▶ A Collection of Board Questions With Solutions

Marketed by:

Target Publications® Pvt. Ltd.
Transforming lives through learning



Scan the QR code to buy e-book version of Target's Notes on Quill - The Padhai App



Explore our range of
STATIONERY

📍 B2, 9th Floor, Ashar, Road No. 16/Z, Wagle Industrial Estate, Thane (W)-400604 | 📞 88799 39712 / 14 | 📞 88799 39713 / 15

🌐 www.targetpublications.org ✉ mail@targetpublications.org

Visit Our Website